文章编号：1005-9679(2017)01-0025-05

基于 EOQ 库存模型的线上零售商产品定价研究

朱　松　邵晓峰
（上海交通大学安泰经济与管理学院，上海　200030）

摘　要：在考虑产品库存成本的情况下，文章针对线上零售商在横向差异产品上的定价问题进行研究，并利用MNL模型刻画了消费者在线上购物的选择行为，建立了零售商的利润函数。通过模型推导，本文证明了对于线上零售商而言，存在最优的产品定价使得零售商的利润最大化，同时着重讨论了产品种类数量和产品交付速度对于最优价格和零售商利润的影响。在参数的敏感性分析方面，文章理论证明了各参数对于零售商利润的影响，并结合数值仿真分析了不同参数的变动对于最优价格的影响程度。

关键词：零售商；MNL模型；线上购物；产品定价；库存成本

中图分类号：F014.31　　　**文献标志码**：A

1　问题描述及模型建立

本文考虑线上零售商销售的产品占用线下库存这一情况，针对线上零售商的产品定价问题进行研究。上游生产商为零售商提供 n 种横向差异产品 $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n$（比如相同质量的鞋，生产商为零售商提供 n 种不同的颜色）。由于产品的质量相同，本文假设零售商从生产商拿货的成本均为 c，对消费者的售价统一为 p。考虑到产品是在线上销售的，所以本文假设单位时间内浏览页面的潜在产品需求者数量为 D。

因为相同质量不同款式的产品在消费者心目中的受欢迎程度是不一样的，所以本文用消费者对于产品的期望价值 θ_i 来表示产品 a_i 的受欢迎程度（产品越受欢迎则 θ_i 值越大），并且假设 $\theta_1>\theta_2>\theta_3\cdots>\theta_n$（即 a_1 产品的受欢迎程度最高，其他产品的受欢迎程度依次降低）。

本文采用 MNL 模型刻画消费者线上选择横向差异产品的行为。假设消费者选择 a_i 产品的效用为

$$\mu_i=\theta_i-p-b\cdot t+\varepsilon_i \tag{1}$$

其中 θ_i 表示消费者对 a_i 产品的期望价值；p 表示 a_i 产品的销售价格；b 表示消费者的耐心程度（耐心程度越差，b 越大；反之，b 越小）；t 表示产品从被下单到送达消费者手中的交付速度（t 越大，交付速度越慢，反之，则越快）；随机项 ε_i 表示难以观测到的效用，且服从 Gumbel Ⅰ型极值分布。

从（1）式可以看出，消费者在线上进行购物选择时，产品的效用不仅和产品的受欢迎程度以及售价有关，也会受消费者自身的耐性程度、产品交付速度等因素的影响。消费者的耐性程度越差，产品交付速度越慢，则产品对于消费者的效用越低；相反，如果消费者很有耐心且产品交付速度快，则会使得产品对于消费者的效用增加。

根据 MNL 选择模型，a_i 产品被选择的概率为

$$p(a_i)=\frac{e^{\theta_i-p-b\cdot t}}{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}\quad (i=1,2,\ldots,n) \tag{2}$$

为了不失一般性，本文用 $p(a_0)$ 表示消费者不购买任何产品的概率。当产品的效用 $\mu_i<0$ 时，消费者选择不购买行为，其概率为

$$p(a_0)=1-\sum_{i=1}^{n}p(a_i)=\frac{1}{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}} \tag{3}$$

本文采用 EOQ 模型描述产品的库存成本，

$$C_i=\frac{k}{q_i}\cdot p(a_i)\cdot D+\frac{1}{2}\cdot h\cdot q_i\quad (i=1,2,\ldots,n) \tag{4}$$

其中：

C_i 表示 a_i 产品的库存成本；$p(a_i)\cdot D$ 表示 a_i 产品的实际购买量；q_i 表示零售商对于 a_i 产品的经济订货批量；k 表示零售商订货一次产生的固定库存成本；h 表示单位产品单位时间的库存持有成本。

根据 EOQ 模型，当零售商对 a_i 产品的订货量 $q_i=\sqrt{\frac{2\cdot k}{h}\cdot\frac{e^{\theta_i-p-b\cdot t}}{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}\cdot D}$ 时，所产生的库存成本最小，即

$$C_i=\sqrt{2\cdot k\cdot h\cdot\frac{e^{\theta_i-p-b\cdot t}}{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}\cdot D}\quad (i=1,2,\ldots,n) \tag{5}$$

项目基金：国家自然科学基金项目“基于客户选择模型的产品差异化策略与组合决策研究”(编号：71372106)。

作者简介：朱松，上海交通大学安泰经济与管理学院硕士研究生；邵晓峰，上海交通大学安泰经济与管理学院教授。

所以在最优订货量 q_i 的前提下，a_i 产品的利润表示为

$$W_{a_i}=p(a_i)\cdot D\cdot(p-c)-C_i-p(a_i)\cdot D\cdot\frac{g}{t}\quad(i=1,2,\dots,n)\tag{6}$$

其中：W_{ai} 表示 a_i 产品的利润；g 表示快递货运成本系数，由于产品货运成本和交付速度成反比，即交付速度越快则消耗的资源越多产生的货运成本越高，所以用$\frac{g}{t}$表示货运成本。

由于零售商要同时销售 n 种产品，所以其获得的总利润为

$$W_{总}=\sum_{i=1}^{n}W_{a_i}=\sum_{i=1}^{n}p(a_i)\cdot D\cdot\left(p-c-\frac{g}{t}\right)-\sum_{i=1}^{n}C_i\tag{8}$$

2 零售商的最优决策

由于零售商在线上销售 n 种产品的总利润受产品价格 p 的影响，所以本节主要对产品价格 p 进行最优决策，并分析产品种类数量 n 和交付速度 t 对于价格 p 的影响，同时在产品价格给定的基础上研究交付速度 t 对于零售商利润的影响。

定理 1: 在不选择任一产品的概率小于 40%（即 $p(a_0)<40\%$）的情况下，总利润函数 $W_{总}$是关于价格 p 的严格凹函数，且存在最优价格 p^*，并满足条件

$$p^*=\frac{1}{2\cdot D}\cdot\sum_{i=1}^{n}C_i\cdot\frac{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}{\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}-\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}\right)+\left(c+\frac{g}{t}\right)\tag{9}$$

证明：

$$\frac{\partial^2W_{总}}{\partial p^2}=\sum_{i=1}^{n}p(a_i)\cdot\frac{1-\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}\cdot D\cdot\left(p-c-\frac{g}{t}\right)-\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{1}{2}-\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}\cdot\sum_{i=1}^{n}C_i-\frac{2\cdot\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\cdot D}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}$$

因为在 n 种产品中，大多数产品的效用 $\theta_i-p-b*t$ 均大于 0，并且零售商扣除库存成本的毛利大于库存成本（如果毛利小于库存成本则讨论没有意义），所以

$$1-\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}<0,\ \frac{1}{2}-\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}<0,$$
$$\sum_{i=1}^{n}p(a_i)\cdot D\cdot\left(p-c-\frac{g}{t}\right)>\sum_{i=1}^{n}C_i。$$

所以当 $\frac{1-\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}>\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{1}{2}-\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}$ 成立时，即 $p(a_0)<40\%$，$\frac{\partial^2W_{总}}{\partial p^2}<0$ 严格成立。

在总利润函数 $W_{总}$为严格凹函数的前提下，最优解 p^* 满足条件$\frac{\partial W_{总}}{\partial p^*}=0$，即

$$p^*=\frac{1}{2\cdot D}\cdot\sum_{i=1}^{n}C_i\cdot\frac{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}{\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}-\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}\right)+\left(c+\frac{g}{t}\right)$$

证毕。

定理 1 给出了最优定价严格存在的上界，在消费者不购买产品的概率 $p(a_0)<40\%$ 的情况下，利润函数 $W_{总}$是价格 p 的严格凹函数。由于不购买概率 $p(a_0)$ 的上界是在对$\frac{\partial^2W_{总}}{\partial p^2}$进行放缩的情况下得到的，所以对于部分 $p(a_0)>40\%$ 的情况，利润函数 $W_{总}$可能仍然为价格 p 的严格凹函数，最优解 p^* 仍存在且满足定理条件。

定理 2：在$\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}}<n^{\frac{3}{2}}$的情况下，产品价格 p^* 随着产品种类数量 n 的增加而增加；在不选择任一产品的概率小于 40%（即 $p(a_0)<40\%$）的情况下，p^* 随着产品 t 的增加而减少。

证明：

①首先证明产品种类数量 n 和最优价格 p^* 的关系。

由于最优价格 p^* 满足条件式 (9)，经过化简可得：

$$p^*-c-\frac{g}{t}=\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}\right)+2\cdot\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}}\cdot\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}\sqrt{e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}\right)\cdot\sqrt{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}}{\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}$$

易得，当产品种类数量 n 增大时，$1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}$会随着 n 增大而增大，那么要使得等式右边整体随着 n 的增大而增大，只需要使$\frac{\sum_{i=1}^{n}\sqrt{e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}}{\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}$随着 n 的增大而增大即可。易证$\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}\sqrt{e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}\right)+\sqrt{e^{\theta_{n+1}-p^*-b\cdot t}}}{\left(\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}\right)+e^{\theta_{n+1}-p^*-b\cdot t}}>\frac{\sum_{i=1}^{n}\sqrt{e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}}{\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}$，所以整个等式右边会随着 n 的增大而增大。

当 p^* 不变，产品种类数量 n 增加时，等式右边增加，而左边不变。要想使得左右两边平衡，只需证明等式右边随着 p^* 的增加而减小。

令右边式子为 $F(p^*)$，则

$$\frac{\partial F(p^*)}{\partial p^*}=\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}}\cdot\frac{\sum_{i=1}^{n}\sqrt{e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}}{\left(\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}\right)\cdot\sqrt{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}}-\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t},$$

要想使得$\frac{\partial F(p^*)}{\partial p^*}<0$，即使

$$\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}}<\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}\right)^2\cdot\sqrt{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}}{\sum_{i=1}^{n}\sqrt{e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}},$$

放缩化简后可得

$$\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}}<n^{\frac{3}{2}}$$

证毕。

②接下来证明产品交付速度 t 对于最优价格 p^* 的影响

由于

$$\frac{\partial W}{\partial p^*}=-\frac{\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}{(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t})^2}\cdot D\cdot\left(p^*-c-\frac{g}{t}\right)+\frac{\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}\cdot \mathrm{D}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}\left(\sum_{1}^{n}\sqrt{2\cdot k\cdot h\cdot D\cdot\frac{e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}}\right)=0$$

将 p^* 看成是关于交付速度 t 的函数，并且将整个式子对 t 求导，化简后可得

$$\frac{(\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t})\cdot(1-\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t})}{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}\cdot D\cdot\left(p^*-c-\frac{g}{t}\right)-\frac{1}{4}\cdot\left(1-2\cdot\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}\right)\cdot\sum_{1}^{n}\sqrt{2\cdot k\cdot h\cdot D\cdot\frac{e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}}$$

$$=\left(\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}\right)\cdot \mathrm{D}\cdot\frac{2\cdot\frac{\partial p^*}{\partial t}+\frac{g}{t^2}+b}{\frac{\partial p^*}{\partial t}+b}$$

如果等式左边小于 0，则等式右边中的 $\frac{\partial p^*}{\partial t}$ 必定小于 0。

和定理 1 证明类似，由于产品除去库存成本的毛利 $\frac{\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}\cdot D\cdot\left(p^*-c-\frac{g}{t}\right)$ 要大于库存成本 $\sum_{1}^{n}\sqrt{2\cdot k\cdot h\cdot D\cdot\frac{e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}}}$，所以要使得等式左边小于 0，只要使

$$\left(\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}\right)-1>\frac{1}{4}\cdot\left(-2+2\cdot\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p^*-b\cdot t}\right)$$

成立即可。

化简后可得 $p(a_0)<40\%$。

证毕。

定理 2 严格给出了产品种类数量 n 和交付速度 t 对于最优价格 p^* 影响的理论证明。

在 $\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}}<n^{\frac{3}{2}}$ 的情况下，p^* 会随着产品种类数量 n 的增加而增加，这说明当 n 增大时产品的选择概率降低，进而降低了产品的毛利，在这种情况下需要通过提高价格的方式使得零售商的利润最大化。由于 $\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}}<n^{\frac{3}{2}}$ 的条件是通过放缩得到，所以本文给出的条件是一个下界，即使在 $\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}}>n^{\frac{3}{2}}$ 的部分情况下，p^* 也依然和 n 呈正向关系。

在 $p(a_0)<40\%$ 的条件下，由定理 1 可知最优价格 p^* 存在且满足定理 1 给出条件。在相同的条件下，交付速度 t 和最优价格 p^* 之间存在反比关系，说明定理 1 和定理 2 的满足条件不矛盾。从交付速度 t 和最优价格 p^* 的关系可以看出，虽然降低产品交付速度（t 增加）可以减少货运的成本，增加单个产品的毛利，但同时也会降低产品的选择概率，这时零售商需要降低产品的最优定价，来保持最大利润的实现。虽然价格 p^* 的降低会导致单个产品毛利的下降，但是由于增加产品选择概率带来的利润增长显得更加重要。

定理 3：在价格确定的情况下，当不选择任一产品的概率小于 40%（即 $p(a_0)<40\%$），则存在最优的交付速度 t 使 得零售商的利润最大。

证明：

$$\frac{\partial^2 W_{总}}{\partial t^2}=b^2\cdot\sum_{i=1}^{n}p(a_i)\cdot D\cdot\left(p-c-\frac{g}{t}\right)\cdot\frac{1-\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}-\frac{b^2}{4}\cdot\frac{1-\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}\cdot\sum_{i=1}^{n}C_i-\frac{2\cdot b\cdot\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\cdot D}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}\cdot\frac{g}{t^2}-\frac{2\cdot\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\cdot D}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}\cdot\frac{g}{t^3}$$

要使定理 3 成立，则只需 $\frac{\partial^2 W_{总}}{\partial t^2}<0$ 即可。参考定理 1 证明过程，由于 $\frac{2\cdot b\cdot\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\cdot D}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}\cdot\frac{g}{t^2}>0$、$\frac{2\cdot\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\cdot D}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}\cdot\frac{g}{t^3}>0$，且除去库存成本的毛利大于库存成本，即 $\sum_{i=1}^{n}p(a_i)\cdot D\cdot\left(p-c-\frac{g}{t}\right)>\sum_{i=1}^{n}C_i$，所以要想使得 $\frac{\partial^2 W_{总}}{\partial t^2}<0$，只需 $\frac{1-\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}>\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{1}{2}-\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}{\left(1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)^2}$ 即可，化简后得 $p(a_0)<40\%$。

且交付速度 t 满足条件 $\frac{\partial W}{\partial t}=0$，即

$$\frac{(-b)\cdot\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}{1+\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}}\cdot D\cdot\left(p-c-\frac{g}{t}\right)+\left(\sum_{i=1}^{n}e^{\theta_i-p-b\cdot t}\right)\cdot \mathrm{D}\cdot\frac{g}{t^2}+\frac{1}{2}\cdot b\cdot\sum_{i=1}^{n}C_i=0$$

证毕。

由于交付速度 t 对于产品的选择概率以及快递货运成本均有影响，所以定理 3 着重分析了在产品价格给定的情况下，交付速度 t 对于零售商利润的影响。由定理 3 可以看出，在不选择任一产品

的概率小于 40% 的情况下，存在一个最优的交付速度 t 能够使得零售商的利润最大。对于零售商来说，定理 3 可以指导其选择最合适的快递公司以期达到利润最大化。由于同一个快递公司，运送产品的时间和距离成正比，且同一个快递公司将产品运送到某地区的时间相同，所以在零售商通过网上销售形式在某地区销售产品，且该地区由于竞争激烈，不能通过定价方式获取更多利润的情况下，零售商需要通过选择合适的快递公司保证产品以最优的交付速度运送到该地区，从而获得最大利润。

3　参数对于利润和最优决策变量的影响

3.1　参数对于总利润的影响

定理 4：零售商的总利润 $W_{总}$ 与产品的快递成本系数 g、产品的固定库存成本 k 以及持有成本 h 成反比。

证明：易得 $\frac{\partial W_{总}}{\partial g}<0$，$\frac{\partial W_{总}}{\partial k}<0$，$\frac{\partial W_{总}}{\partial h}<0$，所以零售商的总利润会随着产品的快递成本系数 g、产品的固定库存成本 k 以及持有成本 h 的增加而降低。

证毕。

根据定理 3，线上零售商要想增加自身产品在线上销售的总利润，应该主要从快递运货成本系数以及库存管理成本两方面着手缩减成本增加利润: ①降低产品的快递成本系数可以通过两种方式，一方面零售商可以选择快递成本系数较低的货运公司或者增强自身对于快递公司的谈判能力使得成本系数降低，另一方面有资金实力的零售商可以考虑自建物流，通过供应链的配合有效降低产品的快递成本系数；②增强自身线下产品库存的管理能力，努力降低产品的固定库存成本和持有成本。

3.2　参数对于最优决策的影响

通过数值仿真，分析参数对于最优产品定价 p^* 的影响。仿真时，假设 n=6，θ_1=5，θ_2=4.8，θ_3=4.6，θ_4=4.2，θ_5=4，θ_6=3.8。

仿真结果显示：最优价格 p^* 在满足定理 2 的情况下，随着 n 的增加而增加，随着 t 的增加而减小；最优价格 p^* 随着 k、h 的增加而减小，但是对于 k、 h 的敏感程度较低。

3.2.1　参数 t、n 对 p^* 的影响

在分析参数对于 p^* 的影响时采取控制变量法，其中分析 t 的影响时假设 D=50，c=1.2，g=0.5，k=0.5，h=0.3，n=4，b=0.5；分析 n 的影响时假设 D=50，k=0.5，c=0.7，t=1.2，h=0.3，b=0.5，g=0.5。在分析参数对于最优决策的影响时，均满足定理 2 提出的条件，即 $\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}}<n^{\frac{3}{2}}$、$p(a_0)$<40%。

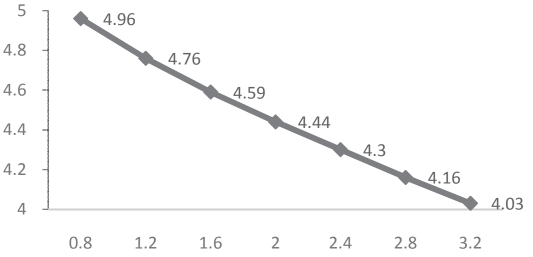

图 1　交付速度 t 对于最优价格 p 的影响

由于交付速度 t 不仅关系到产品的快递成本，还关系到消费者的选择概率，所以分析其对于最优价格 p^* 的影响很有必要。从上述的图可以看出，最优价格 p^* 随着 t 的增加而减小，且减小的幅度几乎是均匀的。这一特征降低了零售商的决策难度，在零售商掌握基准参数的基础上，零售商可以轻易根据距离的远近为此销售范围的产品进行最优定价。

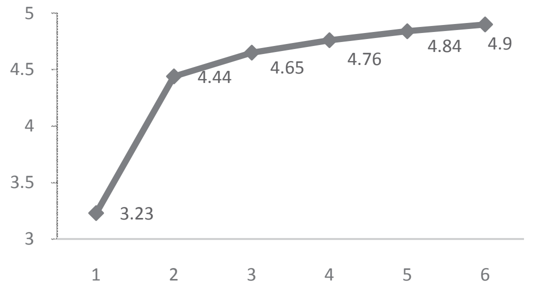

图 2　产品数量 n 对于最优价格 p 的影响

从产品数量 n 和最优价格 p^* 的关系图中，可以看出随着 n 的增加，p^* 增加的幅度逐渐减小，且在 n 由 1 增加到 2 的过程 p^* 的增加最快。之所以 p^* 在 n=1 和 n=2 情况下的差距如此大，是因为消费者不选择产品的概率大幅度减少决定的。对于零售商来说，当产品的种类大于一定数量的时候，n 对于最优价格 p^* 的影响较小。

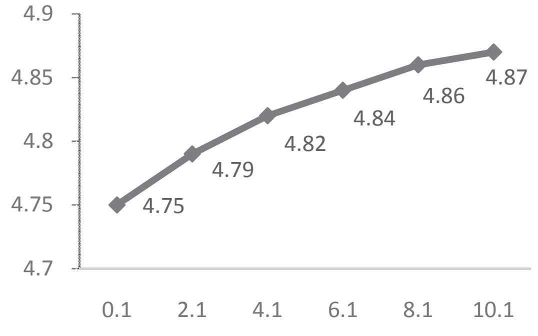

图 3　k 对于最优定价 p 的影响

3.2.2　参数 k、h 对 p^* 的影响

同样采取控制变量的分析方式，在分析参数 k 的影响时，假设 D=50，c=1.2，g=0.5，t=1.2，h=0.3，n=4；在分析参数 h 的影响时，假设 D=50，c=1.2，g=0.5，t=1.2，k=0.5，n=4。

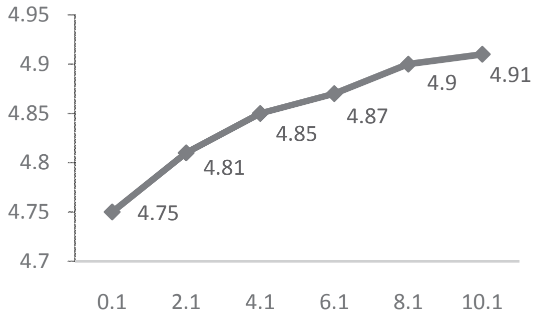

图 4 h 对于最优价格 p 的影响

由于参数 k、h 都反映的是库存成本，所以两者的变动对于最优决策的影响类似，即 p^* 随着 k、h 的增大而减小。但是，从图中可以看出来，p^* 对于 k、h 的变化不敏感，其中对于 k 来说，从 0.1 增加到 10.1，增幅 1000%，p^* 从 4.75 增加至 4.87，增幅 2.5%；对于 h 来说，从 0.1 增加到 10.1，增幅 1000%，p^* 从 4.75 增加至 4.91，增幅 3.4%。造成这种情况的主要原因是 $\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}}$ 相对较小，即库存成本相对于潜在购买者数量来说较小。所以，对于零售商来说，如果 $\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}}$ 较小，那么在库存成本相对增加不大的情况下，最优定价适当提高即可，正是由于最优价格对于库存成本的不敏感，简化了零售商的决策过程。

4 结论

1）在不选择概率小于 40% 的情况下，总利润是关于价格的严格凹函数，且存在最优价格 p^* 使得利润最大。此结论不仅在不购买概率小于 40% 的情况下严格成立，而且在部分不购买概率大于 40% 的情况也成立。

2）在 $\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}} < n^{\frac{3}{2}}$ 时，p^* 随着产品种类数量 n 的增加而增加；在不选择任一产品的概率小于 40%（即 $p(a_0)$<40%）的情况下，p^* 随着 t 的增加而减少。同时，在 $\sqrt{\frac{k\cdot h}{D}}$ 较小的情况下，p^* 对于库存成本的变化不敏感，从而简化了零售商的最优决策过程。

3）在价格给定，不选择任一产品的概率小于 40% 的情况下，存在最优的交付速度 t 使得零售商的利润最大。这为零售商在产品竞争激烈不能通过定价获取更多利润的情况下，提供了另一种最大化利润的决策方法。

4）零售商一方面可以通过增强自身产品在快递业务上的谈判能力，选择快递成本因子较低的快递公司或者考虑自建物流的形式来降低货运成本，增加产品利润；另一方面可以通过增强自身产品线下库存的管理能力，以达到减少库存成本增厚利润的目的。

本文站在线上零售商的角度，利用 MNL 模型描述消费者的线上选择行为，并在考虑线下库存的情况下，为零售商的 n 种横向差异产品提供了最优定价决策依据。同时通过理论证明和数值仿真的方式，分析了产品种类数量 n、快递相关参数 n、g 和库存相关参数 k、h 对于零售商利润和最优决策的影响，并为零售商进一步增加利润、简化决策过程提供可行性方案。

参考文献

[1] 李丽君，刘婷婷 . 双重目标条件下电子商务零售商的定价策略 [J]. 东北大学学报 (自然科学版),2009,10:1513–1515+1520.

[2] 李博 . 线上线下背景下双渠道供应链的差异化产品策略分析 [J]. 商业经济研究 ,2015,14:47–49.

[3] 赵礼强 . B2C 模式下多渠道价格与库存策略研究 [D]. 东北大学 ,2008.

[4] 陈云，王浣尘，沈惠璋 . 电子商务零售商与传统零售商的价格竞争研究 [J]. 系统工程理论与实践 ,2006,01:35–41.

[5] 陈云，王浣尘，沈惠璋 . 互联网环境下双渠道零售商的定价策略研究 [J]. 管理工程学报 ,2008,01:34–39+57.

[6] 蔡津，张正华 . 基于博弈论的电子商务零售商与传统零售商的价格竞争模型 [J]. 上海理工大学学报 ,2001,01:71–74.

[7] Dzyabura D, Jagabathula S. Offline assortment optimization in the presence of an online channel[J]. Available at SSRN 2515036, 2015.

[8] Li Z, Lu Q, Talebian M. Online versus bricks–and–mortar retailing: a comparison of price, assortment and delivery time[J]. International Journal of Production Research, 2015, 53(13): 3823–3835.

[9] Pan X, Shankar V, Ratchford B T. Price competition between pure play versus bricks–and–clicks e–tailers: Analytical model and empirical analysis[J]. Advances in Applied Microeconomics, 2002, 11: 29–61.

Research on online retailers' product pricing based on EOQ inventory mode

Zhu Song　Shao Xiaofeng

Abstract: With the considering of inventory cost and horizontally differentiated products, in this paper, we study the product-pricing problem for online retailers and establish the retailer's profit function by using MNL model depicting the choice behavior of consumers. We prove the existence of the most optimal price and focus on the impacts of number of product categories and product delivery speed for optimal price and retailers' profit. In terms of parameters sensitivity analysis, we theoretically and numerically discuss the effects of various parameters on retailers' profit and optimal price.

Key words: online retailers; MNL model; online shopping; product pricing; inventory cost