



文章编号: 1005-9679(2017)02-0001-05

EVA 函数与最优资本组合的数值实验研究

杨忠直 刘 畅 刘红丽

(上海交通大学安泰经济与管理学院, 上海 200030)

摘 要: 根据生产函数的结构和性质设计了以债务资本和权益资本为变量的长期生产函数; 再将其置入 EVA 的计算公式构造了以债务资本和权益资本为变量的 EVA 函数。以 EVA 为目标函数建立了 EVA 最大化模型, 导出了求解最优资本组合的方程组, 给出了最优资本组合的存在性和唯一性条件。为了验证理论, 通过数值实验显示了长期生产函数, 加权资本成本函数和 EVA 函数的结构形状; 进而通过合理设定参数建立模型求解最优资本组合和计算 EVA 最大值。本文的研究成果为管理绩效评价和资本结构优化提供理论依据。

关键词: 长期生产函数; EVA 函数; RI 函数; 资本组合; 资本结构

中图分类号: F062.4 **文献标志码:** A

A Numeral Experiment of EVA Function and Optimal Capital Combination

Yang Zhongzhi, Liu Chang, Liu Hongli

(Antai College of Economics & Management, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030)

Abstract: This paper designs the Long-Term Production Functions of debt and equity as variables abide by the properties and structures of production function in economics and forms the EVA function by means of embedding Long-Term Production Function in EVA formula. Then a model of EVA maximization is established and the equations solving the optimal combination of debt and equity are deduced. For proving the proposition to the existence and unique of optimal combination of capital, the structure characteristics of long-term production function, WACC function, and EVA function are showed by the numeral experiments. Further, EVA function is formed with rational selection of parameters of long-term production function and WACC function, the optimal combination of debt and equity is solved, and the maximum of EVA is computed. The results of the paper offer the theoretic foundation for the evaluation of management performance and the optimization of capital structure.

Key Words: long-term production function; EVA function; RI function; capital optimal combination; capital structure

1 引言

1.1 有关EVA及其应用研究

EVA (economic value added) 是用来考察企业投入金融资本, 组织生产力 (productivity) 从事生产经营活动, 其产品和 (或) 服务经过市场交换而实现资本的经济价值, 在企业的会计信息中体现为剩余收入 (residual income, RI)。Edwards 等^[1] 提出企业剩余收入的概念和计量方法。以后, Solomons^[2] 也曾给出 RI 的定义: Residual Income (RI) is the "excess of net earnings over the cost of capital". Stewart^[3] 将剩余收入 RI 当作经济增加值 (economic value added, EVA), 用以测度管理业绩和奖励的企业管理指标, 并被 Stern & Stewart Co 作为度量企业业绩的指标, 以此为核心建立了 1 套管理评价体

系。Yong 等^[4] 认为 EVA 和 RI 是基于净收入减去资本成本原理, 而唯一不同之处是 EVA 不受 GAAP 的约束。要成功使用 EVA 进行价值管理就必须作必要的会计调整; 因为 GAAP 不满足 EVA 对资本成本信息的要求, 就必须对 GAAP 进行多达 150 项调整。Grant^[5] 系统地介绍了 EVA 的历史演变和 EVA 的定义, 计算公式及其应用。认为 EVA 贴现的净现值 (NPV) 就是企业的市场增加价值 (MVA)。Christensen 等^[6] 分析了剩余收入作为业绩奖励评价指标中考虑管理者对企业特定风险的态度和资本市场风险的防范所影响的资本成本角色, 建立企业价值模型, 推导并给出业主与管理之间剩余收入分配的命题结论。中国学者沈祖德^[7] 较早地介绍了 EVA 的计算及其经济意义, 以及测算企业

收稿日期: 2016-11-08

作者简介: 杨忠直, 上海交通大学安泰经济与管理学院, 教授; 刘畅, 中国太平洋保险 (集团) 股份有限公司; 刘红丽, 卡博特 (中国) 投资有限公司。



资本保值增值和业绩评价的作用。黄莲琴^[8]根据 EVA 的构成, 提出企业不仅可以通过增强收益能力提高 EVA, 还可以降低债务融资成本提高 EVA, 以此来改善企业资本结构。王燕妮等^[9]考察了国内外有关 EVA 与资本结构的研究, 认为目前还没有 EVA 与资本结构关系的研究, 更没有探讨基于 EVA 的资本结构优化问题。为此建议应开展 EVA 与资本结构的理论分析, EVA 与资本结构的实证分析和基于 EVA 的资本结构优化模型研究。李小平等^[10]通过理论与实例分析, 认为 EVA 是资本结构决策的一个综合因素, 可以建立基于 EVA 的国有企业资本结构优化模型, 以此作为融资投资的决策依据, 克服随意贷款和无视权益资本的存在, 真正体现追求企业价值, 实现所有者利益的思想。

1.2 有关EVA研究评述

上述研究表明: (1) 来自剩余收入 (RI) 并经过会计调整的 EVA 起初是用来评价企业管理业绩和制定激励机制的指标。然而, EVA 不仅反映资本的管理业绩, 更重要的是体现资本投资形成生产能力的技术进步所创造的经济价值, 管理者只不过是在配置和运营资本的管理技术上做了负责任的“贡献”。(2) 国外对 EVA 的研究主要体现在管理业绩的评价和激励机制方面。国内最早介绍 EVA 时重视了其经济学意义, 后来由于国家政府倡导推行用 EVA 评价企业管理业绩和制定激励机制, 国内运动式地兴起对 EVA 在管理业绩评价和激励机制的研究。(3) 在绩效评价方面仍然存在问题: 不同企业或投资项目有不同的盈利能力, EVA 值不尽相同, 以怎样的 EVA 值作为评价标准呢? (4) EVA 的计算公式只是在资本成本方面体现了债务资本和权益资本变量作用, 在收益方面没有体现债务资本和权益资本变量作用。这种片面性就不能科学地计算 EVA, 也就无法准确地评价管理业绩和制定激励机制。(5) 由于 EVA 涉及资本成本的计算, 近年来显露出 EVA 与资本结构关系研究的萌芽。难能可贵的是, 学者们已经向着通过 EVA 来优化资本结构的研究迈进, 也得到了不少研究成果。

1.3 本文的研究任务

EVA (economic value added) 在经济学意义上用来度量企业或投资项目创造财富的经济增加价值, 也是用来引导企业资本配置和考核管理业绩的重要指标。但目前主要应用于企业管理业绩评价和制定激励机制。

作为经济价值的侧度, EVA 是否能够用来衡量债务资本和权益资本的匹配状况并由此确定最优资本组合呢? 本文试图构造以债务资本和权益资本为变量的 EVA 函数, 建立 EVA 为目标函数的价值最大化模型, 求解债务资本和权益资本最优

数量组合。

本文预期有以下创新: ①构造以债务资本和权益资本为变量的长期生产函数, EVA 函数和 RI 函数; ②通过数值模拟来认识长期生产函数, 加权资本成本函数, EVA 函数和 RI 函数的形状; ③建立 EVA 最大化模型, 导出求解最优资本组合的方程组; ④通过数值模拟求解最优资本组合, 计算 EVA 的最大值; ⑤构造 RI 函数, 并与 EVA 比较。

2 EVA函数

2.1 长期生产函数的设计

在经济学上, 长期生产函数是所有生产要素都为变量的生产函数, 特别是资本作为变量的生产函数。于是设长期生产函数为:

$$Q=f(K, Z) \quad (1)$$

式中: K 为资本变量; Z 表示其他生产要素变量。并且有性质:

$$\frac{\partial f}{\partial K} > 0, \frac{\partial f}{\partial Z} > 0; \frac{\partial}{\partial K} \frac{\partial f}{\partial K} < 0, \frac{\partial}{\partial Z} \frac{\partial f}{\partial Z} < 0 \quad (2)$$

这表示随着资本量的增加而产量增加; 但随着资本量的增加, 产量增加的幅度减小, 这就是规模报酬递减规则。(2) 也反映了管理者的风险规避特征, 更体现了业主的财富效应。

以 Cobb-Douglas 生产函数为基础, 长期生产函数的形式为:

$$Q=A \times K^{\alpha} \times Z^{\beta} \quad (3)$$

其中 A 为技术水平系数, α, β 为规模报酬系数。当 $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$, 规模报酬递减或不变, 满足生产函数的性质式 (2)。

在长期生产中, 资本变量发生变化, 其他要素随之变化, 以匹配最优生产境界的资本量, 所以可称其他生产要素变量 Z 为参变量或跟随变量 (following variables)。如果将参变量 Z 归入常数 A, 式 (3) 又表示为:

$$Q=A \times K^{\alpha} \quad (4)$$

债务资本和权益资本属于同类生产要素, 虽然在数量上总资本量等于债务资本量和权益资本量之和, 但在风险性、时间结构和收益支付等方面的品质不同, 在生产函数中的作用必有差异, 即属同类异质生产要素。在满足式 (2) 条件下, 可设计以债务资本和权益资本为变量的长期生产函数的一般形式为:

$$Q=A \times (\delta \times D^{\varphi} + \varepsilon \times E^{\omega})^{\alpha} \quad (5)$$

式中: δ, ε 为债务资本和权益资本的生产效率系数; φ, ω 为债务资本和权益资本的风险态度差异系数。设资本的规模报酬不变 $\alpha=1$, 式 (5) 成为幂和式长期生产函数:

$$Q=A \times (\delta \times D^{\varphi} + \varepsilon \times E^{\omega}) \quad (6)$$

如果再令债务资本和权益资本的生产效率相同 $\delta=\varepsilon$, 并归入 A, 式 (6) 就成为简单的幂和式长期生产函数:



$$Q=A \times (D^\varphi + E^\omega) \quad (7)$$

对于同类异质生产要素，也可设计以债务资本和权益资本变量的幂积式长期生产函数：

$$Q=A \times D^\varphi \times E^\omega \quad (8)$$

式中： $A>0$ ； $0<\varphi, \omega<1$ ，满足式(2)。但式(8)的致命缺陷在于： D 和 E 任何一个为零，则产量为零，这不符合实际；而在式(5)~(7)式中， D 和 E 只要有一个 >0 ，则产量 >0 ，这是符合实际的；故建议使用式(5)~(7)表示的长期生产函数为妥。

2.2 税后净营业利润

设单位产品价格为 P ，单位产品成本为 C ，固定成本为 FC ；则息税前收益 EBIT (earnings before interest and tax) 为：

$$EBIT=P \times Q - C \times Q - FC = (P - C) \times Q - FC \quad (9)$$

式(9)中假设产品价格 P 和变动成本 C 为常数；固定成本 FC 包含折旧费用、租赁费用、研发费用、管理费用、资源占用费、公益金和公积金等息税前一切固定费用。

税后净营业利润 NOPAT (net operation profit after tax) 表示为：

$$NOPAT = EBIT(1-t) = [(P-C) \times Q - FC] \times (1-t) \quad (10)$$

税后净利润 NOPAT 函数与长期生产函数具有相同的性质。

2.3 加权资本成本

单位时间上单位资本的加权资本成本为：

$$r_{wacc} = \left(\frac{D}{D+E} \right) i(1-t) + \left(\frac{E}{D+E} \right) r \quad (11)$$

式中： D 为债务资本， i 为单位债务资本的成本，通常为利率 (interest rate IR or i)； E 为权益资本， r 为单位权益资本的成本，通常为最低要求的收益率 (MARR, minimum acceptable rate of return)。

$\frac{D}{D+E}$ 和 $\frac{E}{D+E}$ 分别为债务资本和权益资本的权重。应用上通常估计 β ，用 CAPM 计算含有风险溢价的收益率 r ；如果债务市场运行起来，可估计利率的 β ，也可以用 CAPM 计算含有风险溢价的利率 i 。

平均资本总成本为：

$$WACC = r_{wacc} (D+E) = i D (1-t) + r E \quad (12)$$

有意思的是，在式(12)中资本量加权效果似乎消失。

2.4 EVA函数的构成

根据定义，EVA 是企业税后净营业利润 NOPAT (net operation profit after tax) 减去各类资本的加权平均成本 WACC (weighted average cost of capital)，于是有：

$$EVA = NOPAT - WACC \quad (13)$$

将式(10)和(12)代入式(13)得到 EVA 函数为：

$$EVA = [(P-C)Q - FC](1-t) - [iD(1-t) + rE] \quad (14)$$

式(14)的性状取决于长期生产函数和加权资本成本函数，这是决定 EVA 有无最大值和有无最优资本组合的关键。

2.5 与RI函数的比较

剩余收入 (RI) 定义为净收入扣除权益资本要求回报之后的余额：Residual Income=Net Income-Equity Capital×Cost of Equity。按照收入报表的计算过程，RI 的计算式为：

$$RI = [(P-C)Q - FC - iD](1-t) - rE \quad (15)$$

比较式(14)和(15)，可见 EVA 与 RI 只是计算过程不同，没有本质区别。EVA 似乎是给 RI 穿了一件好看的外衣，此乃“既生瑜何生亮”。

3 EVA最大化模型与最优资本组合

3.1 EVA最大化模型

为了适合给定产业状况的资本投资决策，一般是在有约束条件下确定最优资本组合，例如资本总量约束、破产条件约束、分配和激励规则约束等。在总资本量限制和破产约束条件下，EVA 最大化模型如下：

$$\begin{cases} \max_{D,E} EVA(D, E) \\ \text{st: } \begin{cases} D \leq MV \\ D + E \leq K \end{cases} \end{cases} \quad (16)$$

其中 $D \leq MV$ 为债务资本账面价值 D 不能超过企业市场价值 MV 的破产约束条件； $D+E \leq K$ 表示债务资本 D 和权益资本 E 之和不超过资本总量 K 的限制。

3.2 最优资本组合的求解

为求解模型(16)，设拉格朗日函数为：

$$L = EVA(D, E) - \theta(D - MV) - \vartheta(D + E - C) \quad (17)$$

其中 θ, ϑ 为拉格朗日常数。对式(17)分别求变量 D 和 E 的偏导数并令其为零，得到最优资本组合存在的必要条件为方程组：

$$\begin{cases} \frac{\partial EVA}{\partial D} = \theta + \vartheta \\ \frac{\partial EVA}{\partial E} = \vartheta \\ D - MV = 0 \\ D + E - C = 0 \end{cases} \quad (18)$$

而 $\frac{\partial^2 EVA}{\partial D^2} < 0, \frac{\partial^2 EVA}{\partial E^2} < 0$ 在成立时，可求得 EVA 取得最大值的唯一最优资本组合 (D^*, E^*) ，及拉格朗日常数 θ 和 ϑ 的值。

4 数值实验

4.1 长期生产函数的数值实验

以式(7)表示的幂和式长期生产函数为例，设参数 $A=1; \varphi=0.71, \omega=0.77$ ；数值实验中 D 和 E 均在 $(1-10\ 000)$ 范围变动。式(7)具体形式为：

$$Q = D^{0.71} + E^{0.77} \quad (19)$$

绘图语句如下：

>plot3d(($D^{0.71} + E^{0.77}$), $D=1-10\ 000, E=1-10\ 000,$

axes=normal, axes=boxed);

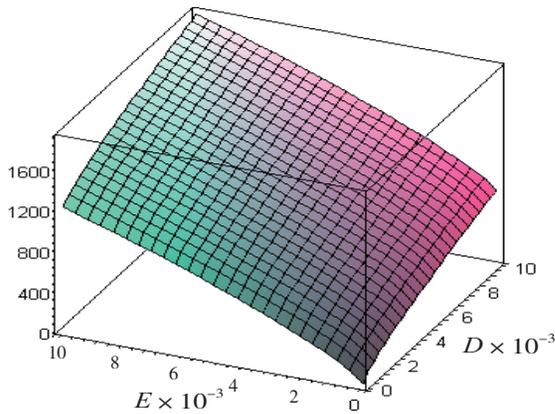


图 1 幂和式债务资本和权益资本长期生产函数三维图

图形显示，幂和式生产函数既有线性函数特征又有幂函数特征，在给定参数下必然满足条件式 (2)、式 (7) 呈现严格凹性。

再以式 (8) 表示的幂积式长期生产函数为例，设参数 $A=1, \varphi=0.40, \omega=0.42$ ；数值实验中 D 和 E 均在 (1-10 000) 范围变动。式 (8) 具体形式为：

$$Q=D^{0.40} \times E^{0.42} \quad (20)$$

绘图语句如下：

```
>plot3d((D0.40 · E0.42), D=1-10 000, E=1-10 000,
axes=normal, axes=boxed);
```

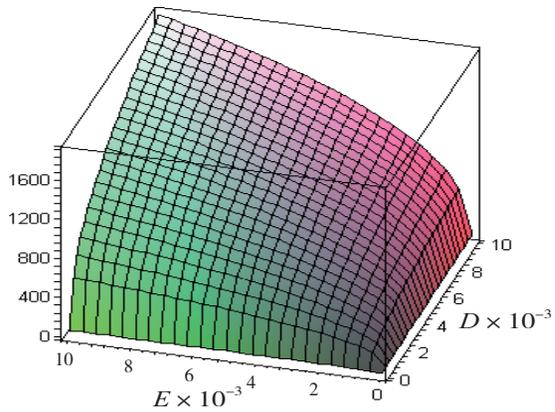


图 2 幂积式债务资本和权益资本长期生产函数三维图

图形显示，幂积式生产函数只有幂函数特征，在给定参数下必然满足条件式 (2)、(8) 呈现严格凹性。但是，当 D 和 E 中任何一个为零，产量为零。

4.2 加权成本函数的数值实验

为了展示加权资本成本函数的性状，债务资本 D 和权益资本 E 均为变量，资本总量不受限制，数值实验中 D 和 E 均在 1-10000 范围变动。又设税率 $t=0.3$ ；债务资本利率 $i=0.06$ ；权益资本要求回报的最低收益率 $r=0.08$ 。(12) 具体形式为：

$$WACC=(0.06 \cdot D) (1-0.3)+(0.08 \cdot E) \quad (21)$$

绘图语句如下：

```
>plot3d ((0.06 · D) · (1-0.3)+(0.08 · E), D= 1-
```

10 000, E=1-10 000, axes=normal, axes=boxed);

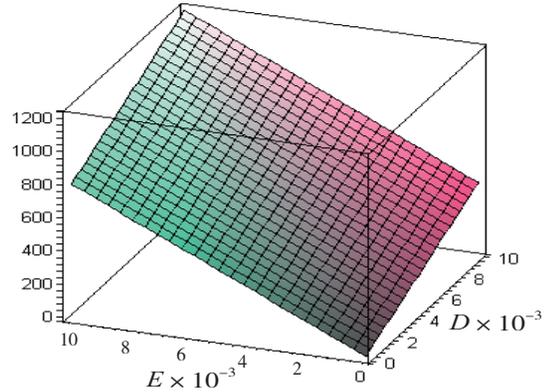


图 3 加权债务资本和权益资本成本函数的三维图

图形显示，加权资本成本函数是三维空间平面，可视 WACC 函数具有拟凸性。

4.3 EVA 函数的数值实验

若选用幂和式长期生产函数式 (7)，不妨设参数 $P-C=1, FC=0$ ，其他参数如式 (19) 和 (21)；数值实验中 D 和 E 均在 1-10 000 范围变动。(14) EVA 具体形式为：

$$EVA=[D^{0.71}+E^{0.77}] \cdot (1-0.3)-[(0.06 \cdot D) \cdot (1-0.3)+(0.08 \cdot E)] \quad (22)$$

绘图语句如下：

```
>plot3d(((D0.71+E0.77) · (1-0.3)-
(0.06 · D) · (1-0.3)-0.08 · E), D=1-10 000,
E=1-10 000, axes=normal, axes=boxed);
```

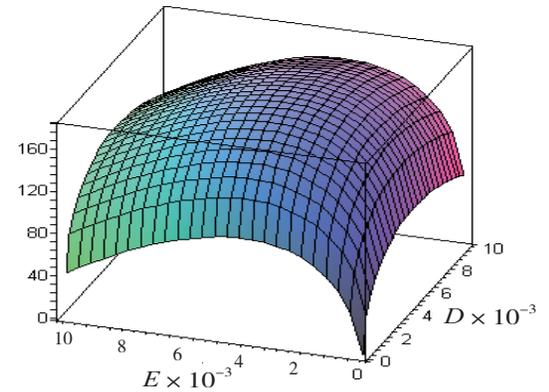


图 4 幂和式长期生产函数构成的 EVA 函数的三维图

若选用幂积式长期生产函数 (8)，设 $A=1, \varphi=0.4, \omega=0.42$ ；数值实验中 D 和 E 均在 1-10 000 范围变动。式 (14) EVA 具体形式为：

$$EVA=[D^{0.40} \times E^{0.42}] \cdot (1-0.3)-[(0.06 \cdot D) \times (1-0.3)+(0.08 \cdot E)] \quad (23)$$

绘图语句如下：

```
>plot3d(((D0.40 · E0.42) × (1-0.3)-
(0.06 · D) × (1-0.3)-0.08 · E), D=1-10 000,
E=1-10 000, axes=normal, axes=boxed);
```

两种生产函数下的 EVA 图形显示，EVA 函数呈现严格凹性，这就保证了能够使 EVA 取得最大

值的债务资本和权益资本的最优组合唯一存在。

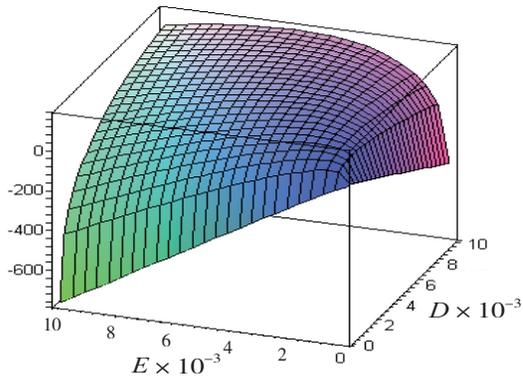


图 5 幂积式长期生产函数构成的 EVA 函数的三维图

4.4 求解最优资本组合

以式 (22) 的 EVA 函数为例, 假设在无约束条件下 (或约束条件不起作用) 求解 EVA 最大化的最优资本组合, 计算语句如下:

```
>eva:=(D0.71+E0.77)·(1-0.3)-(0.06·D)·
(1-0.3)-0.08·E;
eva=0.7D0.71+0.7E0.77-0.042D-0.08E
>m:=diff((D0.71+E0.77)·(1-0.3)-(0.06·D)·
(1-0.3)-0.08·E,D);
m :=  $\frac{0.497}{D^{0.29}} - 0.042$ 
>n:=diff((D0.71+E0.77)·(1-0.3)-(0.06·D)·
(1-0.3)-0.08·E,E);
n :=  $\frac{0.539}{E^{0.23}} - 0.08$ 
> solve({m,n},{D,E});
{D = 5 016.136 021, E = 4 001.000 456}
>eva:=(D0.71+E0.77)·(1-0.3)-(0.06·D)·
(1-0.3)-0.08·E;
eva:= 181.659 783 0
>L:=D/(D+E);
L:=0.556 289 272 6
```

结果显示, 最优资本组合为 ($D=5\ 016.136\ 021$; $E=4\ 001.000\ 456$), $EVA_{\max}=181.659\ 783\ 0$; 此时债务资本和权益资本的比例为 $L=0.556\ 3$ 。

4.5 资本组合与资本结构辨析

通过解析分析和数值实验发现, 最优资本组合与最优资本比例 (即杠杆) 是两个概念, 也是两个结果。债务资本与权益资本数量的最优组合是在二元资本变量域的一个“点”, 能使 EVA (或其他价值指标) 取得最大值; 而债务资本与权益资本数量的最优比例 (即杠杆) 可能是二元资本区域的一条曲线, 在其上未必能使 EVA (或其他价值指标) 处处取得最大值。因此, 以价值指标最大化确定的债务资本和权益资本数量的“最优比例”作为“最优资本结构”是一个不严格的概念!

5 结论

本文做了以下工作: (1) 在分析 EVA 的经济学与财务学来源的基础上, 对其计算和应用的历史研究, 以及存在问题进行了系统阐述, 认为 EVA 不仅可以用于业绩评估和激励机制设计, 在资本结构优化和资本运营管理领域将会有更大的应用价值。(2) 根据债务资本和权益资本的品质差异, 运用经济学原理设计了以债务资本和权益资本为变量的长期生产函数。(3) 并将长期生产函数置入 EVA 的计算公式, 构造了以债务资本和权益资本为变量的 EVA 函数, 建立了 EVA 最大化模型和求解最优资本组合的方程组。(4) 通过数值实验揭示了长期生产函数, 加权平均成本函数和 EVA 函数的数学性状; 验证了在 EVA 最大化境界最优资本组合的存在性和唯一性, 展示了建模和求解方法。

本文的研究有助于: (1) 能够科学地计算 EVA, 为评估资本运营业绩和制定激励机制提供依据。(2) 能够定性求解和定量测算最优资本组合, 为提高资本运营效率确定方向。(3) 认识最优资本结构及其存在, 消减对 MM 理论的困惑。

在应用中, 要根据特定企业状况合理选择长期生产函数的形式, 测定其结构参数; 根据资本市场的信息测算债务资本利率和权益资本收益率; 合理选择税率, 设定破产条件和资本总量等约束条件, 建立以 EVA 为核心价值函数的静态、动态和随机资本结构模型, 求解最优资本结构, 进行资本结构动态调整和最优化控制研究。

参考文献

- [1] Edwards E O, Bell P W. The theory and measurement of business income[M]. Berkeley and Los Angeles: University of California Press, 1961.
- [2] Solomons D. Divisional performance: Measurement and control[M]. Chicago: Irwin, 1965.
- [3] Stewart G B. The quest for value[M]. New York, NY: Harper Collins Publishers, 1991.
- [4] Yong D, O' Byrne S. EVA and value-based management: A practical guide to implementation[M]. New York: McGraw-Hill, 2000.
- [5] Grant J L. Foundation of economic value added[M]. 2nd, John Wiley & Sons, Inc, 2003.
- [6] Christensen Peter, Feltham Gerald, Wu Martin G H. Cost of capital in residual income for performance evaluation[J]. The Accounting Review, 2002, 77(1): 1-23.
- [7] 沈祖德. EVA 的经济意义及应用方法 [J]. 浙江财税与会计, 1995(8): 38-39.
- [8] 黄莲琴. 引入 EVA, 优化公司资本结构 [J]. 福州大学学报, 2003(3): 27-30.
- [9] 王燕妮, 赵文平. 基于价值的 EVA 与资本结构关系研究 [J]. 商业研究, 2007(2): 14-16.
- [10] 李小平, 何燕. 基于 EVA 的国企资本结构优化模型 [J]. 四川师范大学学报 (社会科学版), 2012(6): 74-80.