文章编号:1005-9679(2017)03-0017-05

制造商的销售代理对供应链绩效影响

汪丽艳， 叶明海

(同济大学 经济与管理学院,上海 200092)

摘　要: 针对制造商、销售代理和零售商组成的供应链系统,分析销售代理对系统绩效的影响。分别在有销售代理和无销售代理的供应链中构建了博弈模型,对比了两种模型的契约设计和供应链成员收益情况。研究表明,与无销售代理相比,当制造商的生产量大于某阈值时,有销售代理时制造商收益增加,零售商收益下降,整个供应链系统的收益增加。最后,利用 Matlab 进行模拟计算,验证了结论的有效性。

关键词: 供应链; 销售代理; 绩效

中图分类号: F 224.32　　　**文献标志码:** A

The Impact of the Manufacturer-Hired Sales Agent on Supply Chain Performance

WANG Liyan， *YE Minghai*

(School of Economics and Management, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: We study the impact of a sales agent on a supply chain comprising a manufacturer, a sales agent and a retailer. Models of the supply chain with and without the sales agent were established. We gave two contracts and made an analysis. The conclusions are as follows: comparing with the supply chain without the sales agent, in the supply chain with the sales agent case, the manufacture's revenue increases; the retailer's revenue decreases; but the revenue of the whole supply chain increases when production level is more than a threshold. Lastly, we give a numerical simulation by Matlab and verify the results above.

Key words: supply chain; sales agent; performance

1　引言

本文考虑制造商、销售代理和零售商组成的供应链系统,分别构建了有销售代理和无销售代理两种供应链系统模型,应用委托代理理论和数学规划方法给出了两种模型的契约设计并作了对比分析。通过两种情形下供应链成员收益情况的对比分析,指出了销售代理对供应链系统绩效的影响。

2　问题描述及参数说明

制造商委托零售商进行产品销售,同时制造商雇佣销售代理增加零售商的订购量。假设制造商、零售商风险中性,销售代理风险规避。

产品需求 $D(p_r)$ 与销售地区基本需求 a 以及产品零售价格 p_r 有关,表示为 $D(p_r)=a-bp_r$,其中 b 为销量反应系数。假设没有销售代理时零售商订购量为 Q_0,有销售代理时零售商订购量 $Q=Q_0+\Delta(e)$

收稿日期: 2016-12-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71202033, 71572129),上海市社会哲学科学基金(2013EGL002)。

作者简介: 汪丽艳(1982-),女,黑龙江五常人,博士生,讲师,研究方向:市场营销、供应链管理。E-mail: 55802474@qq.com。

$+\varepsilon$，这里 $\Delta(e)$ 为销售代理产生的销量，随机项 ε 服从均值为0，方差为 σ^2 的正态分布，即 $\varepsilon \sim N(0,\sigma^2)$。假设 $\Delta(e)=\lambda e$，其中 λ 为销售代理因子，e 为销售代理努力水平。销售代理付出努力的成本 $C(e)$ 与努力水平 e 有关，并且 $C(e)$ 是 e 的增函数，且随着 e 的增加 $C(e)$ 增加的幅度更大。参考文献[17]，成本函数可写为 $C(e)=e^2/(2k)$。

假设制造商批发价格为 p_{m}，单位生产成本和单位库存成本分别为 c 和 h_{m}。制造商的收益为销售收入与生产成本和销售成本之差，这里的生产成本包括因生产小于需求而额外生产的加急成本，销售成本为给予销售代理的薪酬。由于制造商风险中性，则其收益为

$$\pi_m = p_{\mathrm{m}}\min\{Q,x\} - cx - h_{\mathrm{m}}[x-Q]^+ - c'[Q-x]^+ - W(\alpha,\beta) \tag{1}$$

式中：x 为生产水平，$x<a$；c' 为未满足需求而加急生产成本，$c'>c$；$W(\alpha,\beta)$ 为制造商给予销售代理的补偿合同，$W(\alpha,\beta)=\alpha+\beta Q$，$\alpha$ 制造商给予销售代理的底薪，β 为单位订购量的佣金。

销售代理的期望收益 π_s 为制造商给予的薪酬减去销售努力成本，则销售代理期望收益为

$$\pi_s = \alpha + \beta Q - C(e) \tag{2}$$

假设销售代理具有不变的绝对风险规避度 $r=-\mu''/\mu'$，其效用函数 $\mu(\pi_s)=-\mathrm{e}^{-r\pi_s}$，采用确定性等价原理，可得销售代理期望效用函数为

$$\mu(\pi_s) = \pi_s - r\beta^2\sigma^2/2 \tag{3}$$

式中：$r\beta^2\sigma^2/2$ 为销售代理的风险成本，即在期望收益中放弃 $r\beta^2\sigma^2/2$ 的收入以换取其确定性收益。

零售商收益为销售收入与销售成本之差，这里的销售成本分为单位库存成本和当订购量小于需求时因未满足顾客需求而产生的成本，则零售商收益为

$$\pi_{\mathrm{r}} = p_{\mathrm{r}}\min\{D,Q\} - p_{\mathrm{m}}Q - h_{\mathrm{r}}[Q-D]^+ - h_{\mathrm{r}}[D-Q]^+ \tag{4}$$

式中：h_{r}，h_{r} 分别为零售商单位库存成本和未满足需求而产生的成本。

2 无销售代理模型

无销售代理时，供应链系统由制造商和零售商组成。本节考虑集中和分散决策两种决策模式。

2.1 无销售代理集中决策模型

集中决策中，可以将制造商和零售商看作一个整体，两者属于一个经济实体或战略联盟，系统存在唯一的决策者，并从供应链整体角度决策，即集中决策模式，目标是供应链整体收益最大化。此时，供应链系统将产品直接销售给顾客，其最优决策目的是确定最优的产品销售价格 $p_{\mathrm{r,s}}^{no}$，以使供应链整体收益最大化。没有销售代理时，供应链系统仅有制造商和零售商，此时制造商收益为

$$\pi_{\mathrm{m}}^{no} = p_{\mathrm{m}}^{no}Q_0 - cx - h_{\mathrm{m}}(x-Q_0) \tag{5}$$

其中 p_{m}^{no} 为没有销售代理时制造商的批发价格。假设此时零售商的零售价为 p_{r}^{no}，则零售商收益 π_{r}^{no} 为

$$\pi_{\mathrm{r}}^{no} = (p_{\mathrm{r}}^{no} - p_{\mathrm{m}}^{no})Q_0 \tag{6}$$

供应链系统收益为

$$\pi_{\mathrm{sc,t}}^{no} = \pi_{\mathrm{m}}^{no} + \pi_{\mathrm{r}}^{no} = p_{\mathrm{r}}^{no}Q_0 - cx - h_{\mathrm{m}}(x-Q_0) \tag{7}$$

根据制造商和零售商的收益函数，有下面的定理：

定理1 无销售代理集中决策模式中，最优销售价格 $p_{\mathrm{r,s}}^{no*}=(a-bh_{\mathrm{m}})/(2b)$。

证明 无销售代理集中决策模式下，式(7)对 p_{r} 求二阶偏导数，有 $\frac{\partial \pi_{\mathrm{s,t}}^{no}}{\partial p_{\mathrm{r}}}=-2b<0$，所以 $\pi_{\mathrm{s,t}}^{no}$ 在 $p_{\mathrm{r,s}}^{no}\in[0,+\infty)$ 具有唯一的最优解 $p_{\mathrm{r,s}}^{no*}$，由 $p_{\mathrm{r,s}}^{no*}$ 满足其一阶偏导数最优条件为 $\frac{\partial \pi_{\mathrm{s,t}}^{no}}{\partial p_{\mathrm{r}}}=0$，有 $p_{\mathrm{r,s}}^{no*}=\frac{a-bh_{\mathrm{m}}}{2b}$。

证毕

从而，可得 $D^{no*}=(a+bh_{\mathrm{m}})/2$，此时供应链系统最优收益为

$$\pi_{\mathrm{sc,t}}^{no*} = \frac{(a+bh_{\mathrm{m}})^2}{4b} - (c+h_{\mathrm{m}})x \tag{8}$$

2.1 无销售代理分散决策模型

分散决策模式下，制造商和零售商是独立的个体，双方都是从各自收益最大化的角度进行决策。制造商为领导者，零售商为跟随者。双方博弈过程如下：首先，制造商在了解零售商有关信息的基础上最优化自身收益，从而确定最优批发价格 p_{m}^{no}，零售商根据有关信息，判断其报价的合理性，然后决定接受合同与否。如果接受，零售商确定产品的零售价格 p_{r}^{no}，订购量 Q^{no}；如果拒绝，则需制造商重新报价，直到双方达成协议或终止合同。根据制造商和零售商的收益函数及博弈顺序，则有如下定理：

定理2 无销售代理的供应链分散决策模式中，制造商最优批发价格 p_{m}^{no*}，零售商最优销售价格 p_{r}^{no*} 和最优订购量 Q^{no*} 构成唯一的子博弈精炼纳什均衡：

$$\left.\begin{aligned} p_{\mathrm{m}}^{no*} &= \frac{a-bh_{\mathrm{m}}}{2b} \\ p_{\mathrm{r}}^{no*} &= \frac{3a-bh_{\mathrm{m}}}{4b}, \quad Q^{no*} = \frac{a+bh_{\mathrm{m}}}{4} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

证明 采用逆向归纳法求解。首先，分析零售商的最优决策问题。对式(6)求 p_{r}^{no} 的二阶偏导数

得$\frac{\partial \pi_r^{no}}{\partial p_r}=-2b<0$，所以 π_r^{no} 在 $p_r^{no}\in[0,+\infty)$具有唯一的最优解 p_r^{no*}，由 p_r^{no*} 满足其一阶偏导数最优条件为$\frac{\partial \pi_r^{no}}{\partial p_r^{no}}=0$，有 $p_{r,s}^{no*}=\frac{a-bh_m}{2b}$；随后分析制造商的最优决策。将所求得的 $p_{r,s}^{no*}$ 代入式(5)，得

$$\pi_m^{no}=\frac{(p_m-h_m)(a-bp_m)}{2}-(c+h_m)x$$

则$\partial\pi_m^{no}/\partial p_m=-b<0$，所以 π_m^{no} 在 $p_m^{no}\in[0,+\infty)$具有唯一的最优解 p_m^{no*}，由 p_m^{no*} 满足一阶偏导数最优条件$\partial\pi_m^{no}/\partial p_m^{no}=0$，有 $p_m^{no*}=(a-bh_m)/(2b)$。从而有 $p_r^{no*}=(3a-bh_m)/(4b)$。 证毕

将定理 2 中结果分别代入制造商和零售商的目标函数，有

$$\pi_m^{no*}=\frac{(a+bh_m)^2}{8b}-(c+h_m)x \tag{10}$$

$$\pi_r^{no*}=\frac{(a+bh_m)^2}{16b} \tag{11}$$

则无销售代理分散决策模式下整个供应链系统收益为

$$\pi_{sc}^{no*}=\frac{3(a+bh_m)^2}{16b}-(c+h_m)x \tag{12}$$

3 销售代理协调决策模型

有销售代理时，制造商在了解销售代理和零售商有关信息的基础上最优化自身收益，确定最优批发价格 p_m、销售代理的底薪 α 和佣金 β。销售代理根据底薪和佣金额的信息，决定努力水平 e，零售商根据有关信息，判断其报价的合理性，然后决定接受合同与否。如果接受，零售商确定产品的零售价格 p_r、订购量 Q；如果拒绝，则需制造商重新报价，直到双方达成协议或终止合同。则有销售代理时博弈模型为：

$$\max_{p_m,\alpha,\beta}\pi_m=p_m\min\{Q,x\}-cx-h_m[x-Q]^+-c'[Q-x]^+-\alpha-\beta Q \tag{13}$$

$$\text{s.t.}\ \mu(\pi_s)=\alpha+\beta Q-C(e)-r\beta^2\sigma^2/2\geqslant u_0 \tag{14}$$

$$e\in\arg\max_e\mu(\pi_s)=\alpha+\beta Q-C(e)-r\beta^2\sigma^2/2 \tag{15}$$

$$\text{s.t.}\ \pi_r=p_r\min\{D,Q\}-p_mQ-h_r[Q-D]^+-h_r[D-Q]^+\geqslant 0 \tag{16}$$

$$p_r,Q\in\arg\max_{p_r,Q}\pi_r=p_r\min\{D,Q\}-p_mQ-h_r[Q-D]^+-h_r[D-Q]^+ \tag{17}$$

上述模型中，式(14)表示销售代理的期望效用要不低于保留效用 u_0，否则它不会接受制造商的合约，为销售代理的个人理性约束。式(15)为销售代理的激励相容约束，即销售代理选择努力水平以最大化期望效用。式(16)为零售商的个人理性约束，即零售商期望收入不能低于其保留效用，这里假设零售商的保留收益为零。式(17)为零售商的激励相容约束，即零售商决定零售价格和订购量来实现自身期望收益的最大化，则有如下定理：

定理 3 有销售代理的供应链决策模式中，制造商批发价格 p_m^*，零售商销售价格 p_r^*，零售商订购量 Q^*，给予销售代理的底薪 α^*，佣金 β^*，销售代理的努力 e^* 分别为：

$$\left.\begin{aligned}&p_m^*=\frac{a+x-bh_m}{2b}\\&p_r^*=\frac{3a-x-bh_m}{4b},\quad Q^*=\frac{a+x+bh_m}{4}\\&\alpha^*=\frac{\gamma\sigma^2x^2-\lambda^2(a+bh_m)x}{8\lambda^4}+u_0,\\&\beta^*=\frac{x}{2\lambda^2},\quad e^*=\frac{x}{2\lambda}\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

证明 有销售代理时，零售商的订购量

$$Q=Q_0+\lambda e=\frac{a-bp_m}{2}+\lambda e$$

零售商的最优决策为订购量等于需求量，即

$$\frac{a-bp_m}{2}+\lambda e=a-bp_r$$

从而

$$p_r=\frac{a+bp_m-2\lambda e}{2b} \tag{19}$$

将式(19)代入到零售商的目标函数式(4)，有

$$\pi_r=\frac{(a-bp_m-2\lambda e)(a-bp_m+2\lambda e)}{4b} \tag{20}$$

由零售商理性约束条件 $\pi_r\geqslant 0$，得

$$p_m\leqslant\frac{a-2\lambda e}{b} \tag{21}$$

销售代理必要条件为制造商生产水平 $x\geqslant Q$，得

$$p_m\geqslant\frac{a+2\lambda e-2x}{b} \tag{22}$$

结合式(21)和式(22)有

$$\frac{a+2\lambda e-2x}{b}\leqslant p_m\leqslant\frac{a-2\lambda e}{b} \tag{23}$$

则有

$$e\leqslant x/(2\lambda) \tag{24}$$

将式(23)和式(24)代入到制造商的目标函数，有

$$\begin{aligned}&\max_{p_m,\beta}\pi_m=p_mQ-cx-h_m(x-Q)-W(\alpha,\beta)\\&\text{s.t.}\quad\frac{a+2\lambda e-2x}{b}\leqslant p_m\leqslant\frac{a-2\lambda e}{b}\\&\qquad e\leqslant x/(2\lambda)\end{aligned} \tag{25}$$

记 r_1, r_2, r_3 分别为与约束条件相应的 Lagrange 乘子，则有如下 Kuhn-Tucker 最优性条件：

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\partial L}{\partial p_m} \\ \dfrac{\partial L}{\partial \beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{a-bh_m}{2}+bp_m-\lambda^2\beta \\ -(p_m+h_m)\lambda^2+(\lambda^2+r\sigma^2)\beta \end{pmatrix} - r_1\begin{pmatrix} 1 \\ -\dfrac{2\lambda^2}{b} \end{pmatrix} - r_2\begin{pmatrix} -1 \\ -\dfrac{2\lambda^2}{b} \end{pmatrix} - r_3\begin{pmatrix} 0 \\ -\lambda \end{pmatrix} = 0$$

讨论求解得最优批发价格 $p_m^* = (a+x-bh_m)/(2b)$，佣金 $\beta^* = x/(2\lambda^2)$。　　证毕

将定理 3 中最优解分别代入制造商和零售商的目标函数，有

$$\pi_m^* = \frac{(a+x+bh_m)^2}{8b} - (c+h_m)x - \frac{(\lambda^2+r\sigma^2)x^2}{8\lambda^4} - u_0 \tag{26}$$

$$\pi_r^* = (a+bh_m)^2 - x^2/(16b) \tag{27}$$

$$\pi_{sc}^* = \frac{(a+bh_m+x)[3(a+bh_m)+x]}{16b} - (c+h_m)x \tag{28}$$

4　有销售代理和无销售代理激励模型比较

上面分析了有销售代理和无销售代理时供应链决策模型，本节对比分析两种情形下制造商、零售商和供应链系统收益，分析销售代理对供应链绩效的影响。

定理 4　与无销售代理相比，有销售代理时零售商收益下降；存在 x_0，当 $x_0<x<a$ 时，制造商收益增加；当 $0<x<x_0$ 时，制造商收益下降，其中

$$x_0 = \frac{-\lambda^4(a+bh_m)+\lambda^2\sqrt{\lambda^4(a+bh_m)^2+8u_0b[\lambda^4-b(\lambda^2+r\sigma^2)]}}{\lambda^4-b(\lambda^2+r\sigma^2)}$$

证明　由式(11)和式(27)有

$$\pi_r^* - \pi_r^{no*} = -\frac{x^2}{16b} < 0$$

可得定理前半部分。假设 $b(\lambda^2+r\sigma^2)<\lambda^4$，若 $b(\lambda^2+r\sigma^2)\geqslant\lambda^4$，讨论类似。由式(10)和式(26)有

$$\pi_m^* - \pi_m^{no*} = \{[\lambda^4-b(\lambda^2+r\sigma^2)]x^2 + 2\lambda^4(a+bh_m)x\}/(8b\lambda^4) - u_0$$

比较分析可得定理后半部分。　　证毕

由定理 4 可知，若制造商生产量小于阈值 x_0，此时雇佣销售代理会使其利益受损；当生产量大于阈值 x_0 时，雇佣销售代理对于制造商来说是受益的。那么整个供应链系统收益如何？

定理 5　3 种决策模式下，无销售代理分散决策模式时系统收益最低。当 $x>(\sqrt{5}-2)(a+bh_m)$ 时，有销售代理时供应链系统收益大于无销售代理集中决策模式下系统收益；当 $x\leqslant(\sqrt{5}-2)(a+bh_m)$ 时，情形相反。

证明　比较式(8)、式(12)和式(28)，有

$$\pi_{sc,t}^{no*} - \pi_{sc}^{no*} = \frac{(a+bh_m)^2}{16b} > 0$$

$$\pi_{sc}^* - \pi_{sc}^{no*} = \frac{4(a+bh_m)x+x^2}{16b} > 0$$

$$\pi_{sc}^* - \pi_{sc,t}^{no*} = \frac{x^2+4(a+bh_m)x-(a+bh_m)^2}{16b}$$

分析比较即可得。　　证毕

由定理 5 可知，若制造商生产量大于阈值 $x_1=(\sqrt{5}-2)(a+bh_m)$，雇佣销售代理会使供应链系统收益增加。由定理 4 可知，零售商收益减少，其努力的积极性会降低。结合定理 4 和定理 5 可知，制造商可以同零售商分享部分收益，使得供应链成员收益均增加，促进供应链协调，达到多赢，便有如下定理。

定理 6　当生产量 $x>\max\{x_0, x_1\}$，存在一种收益分配机制，使得供应链成员收益均增加。

证明　由定理 4 和定理 5 可知，当生产量 $x>\max\{x_0, x_1\}$ 时，制造商和供应链系统收益增加，即 $\pi_m^*>\pi_m^{no*}$，$\pi_{sc}^*>\pi_{sc,t}^{no*}$。则存在 ϕ，只要 $\pi_r^{no*}-\pi_r^*<\phi<\pi_m^*-\pi_m^{no*}$，即有 $\pi_m^*-\phi>\pi_m^{no*}$，$\pi_r^*+\phi>\pi_r^{no*}$，在该收益分配机制下，整个供应链系统成员的收益均增加。　　证毕

由定理 6 可知，当制造商生产量大于某一阈值时，存在一种收益分配方法，使得制造商、零售商和整个供应链收益均增加，实现供应链协调，达到多赢。

5　数值模拟

上面给出了无销售代理和有销售代理两种激励情境下的决策模型，求解并作了对比分析，但由于部分解的表达式繁琐，难以获得直观的结论，本节通过数值仿真，进一步分析两种激励情境下各种相关参数与解之间的关系，以期得到有用结论指导实践运作。

下面给出参数值：$a=100$，$b=1.5$，$c=1$，$\lambda=1.5$，$r=1$，$\sigma=1$，$h_m=1$，$\mu_0=500$。在上述参数不变的情形下，讨论制造商生产量 $x=\{20, 22\cdots 40\}$ 时零售价格和供应链成员收益的变化情况，具体如图 1～3 所示。

无销售代理集中决策模式下商品零售价格 $p_{r,s}^{no*}=32.83$，无销售代理分散决策模式下商品零售价格 $p_r^{no*}=49.75$。结合图 1，有 $p_{r,s}^{no*}<p_r^*<p_r^{no*}$，即无销售代理集中决策模式下商品销售价格最低，

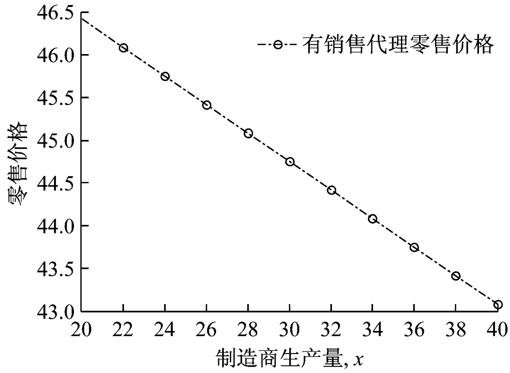

图 1　两种状态下零售价格比较

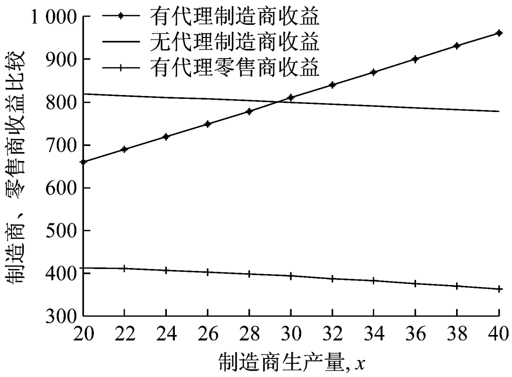

图 2　两种状态下供应链成员收益比较

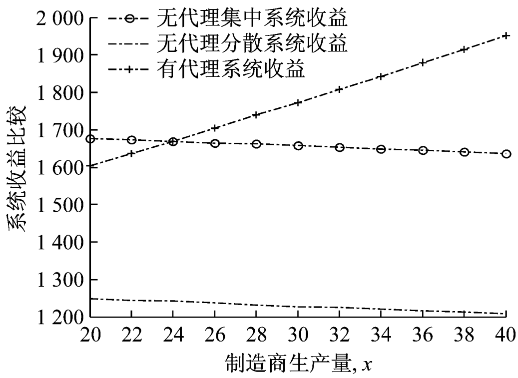

图 3　两种状态下供应链系统收益比较

无销售代理分散决策模式下商品销售价格最高，有销售代理时商品销售价格介于两者之间。观察图 1 可以发现，有销售代理时商品的零售价格随着生产量的增加而降低。这是因为批量生产时商品的边际成本下降，零售价格也相应地减少。

观察图 2 可以发现，若生产量 $0<x<x_0=29.40$，有销售代理时制造商收益低于无销售代理时制造商收益；若生产量 $29.40=x_0<x<a=100$，有销售代理时制造商收益高于无销售代理时制造商收益；有销售代理时零售商收益小于无销售代理分散决策模式下零售商收益 $\pi_r^{no*}=429.26$，这和定理 4 结论一致。

观察图 3 可以发现，若生产量 $0<x<23.97$，有销售代理时系统收益低于无销售代理集中决策时系统收益；若生产量 $23.97=x_0<x<a=100$，有销售代理时系统收益高于无销售代理时系统收益；无销售代理分散决策时系统收益最低，这和定理 5 结论一致。

6　结　论

本文考虑了制造商、销售代理和零售商组成的供应链系统，构建了有销售代理和无销售代理情形下博弈模型，给出了相应的契约设计和供应链成员的收益情况，分析了销售代理对供应链系统绩效的影响。结论如下：与无销售代理相比，当制造商的生产量较大时，有销售代理时制造商收益增加，零售商收益下降，整个供应链系统的收益增加；存在收益共享机制，使得制造商、零售商和整个供应链系统收益均增加，达到多赢。这些结论能够为管理决策提供科学的理论基础和现实的管理方法。

本文的主要贡献在于以一个崭新视角即销售代理对供应链绩效的影响展开研究，需要提及的是，很多供应链系统中销售代理是零售商雇佣的，将在后续的研究中考虑该种情形下销售代理对供应链绩效的影响。

参考文献：

[1] Coughlan A T, Sen S K. Salesforce compensation: theory and managerial implications[J]. Marketing Science, 1989, 8(4): 324-342.

[2] Albers S. Optimization models for salesforce compensation[J]. European Journal of Operations Research, 1996, 89(1): 1-17.

[3] Zoltners A, Sinha P, Lorimer S E. Sales force effectiveness: A framework for researchers and practitioners[J]. Journal of Personal Selling Sales Management, 2008, 28(2): 115-131.

[4] Gonik J. Tie salesmen's bonuses to their forecasts[J]. Harvard Business Review, 1978, 56(3): 116-122.

[5] Holmstrom B, Milgrom P. Aggregation and linearity in the provision of inter-temporal incentives[J]. Econometrica, 1987, 55(2): 303-328.

[6] Basu A, Lal R, Srinivasan V, *et al*. Salesforce-compensation plans: An agency theoretic perspective[J]. Marketing Science, 1985, 24(4): 267-291.

[7] Lal R, Srinivasan V. Compensation plans for single and multi-product salesforces: An application of the holmstrom-milgrom model[J]. Management Science, 1993, 39(7): 777-793.

[8] Lee C Y, Yang R N. Compensation plan for competing salespersons under asymmetric information[J]. European Journal of Operational Research, 2013, 227(2): 570-580.