

文章编号:1005-9679(2017)03-0088-05

# 基于操作性学习与概念性学习的复合质量提升模型

满 艺, 蒋 炜, 卢利伟

(上海交通大学 安泰经济与管理学院, 上海 200030)

**摘 要:** 对包含了操作性学习及概念性学习的复合质量学习过程进行数学建模, 使用数学模型诠释了质量学习的作用机理, 将概念性学习的因素加入了学习曲线, 并通过企业实证数据拟合, 证实了该模型的有效性。由数学分析可知, 操作性学习与概念性学习皆可带来厂商平均生产成本的下降, 并有边际递减效应。对于总成本的作用机制, 则有所不同。同时, 通过数值算例模拟了不同知识水平的厂商的成本情况。

**关键词:** 质量管理; 质量提升; 质量学习; 学习曲线; 学习模型

**中图分类号:** F 273      **文献标志码:** A

## A Compound Quality Learning Curve considering Operational Learning and Conceptual Learning

MAN Yi, JIANG Wei, LULiwei

(Antai College of Economics &amp; Management, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** In this study, the quality learning process is quantified by the compound quality learning model. The model involves the factor of conceptual learning and explains the mechanism of quality learning and. An empirical data set is used to prove the model accords with reality. Both the operational learning process and the conceptual learning process reduce the quality-related cost of the enterprise, but the effects of them are different. Numerical examples are given to illustrate the relationship between the knowledge level, quantity and cost.

**Key words:** quality management; quality improvement; quality learning; learning curve; learning model

### 1 研究背景

在制造类行业, 产品质量是企业命脉, 产品质量管理是企业必须重视的问题。在质量管理的过程中, 产品试产期的质量提升是整个质量管理流程的第一步, 也是整个流程的重中之重。在试产阶段, 生产商需要在最短时间内将产品的生产质量提升, 达

到较高的良品率; 否则, 将会面临订单损失, 成本居高问题。近年来, 产品的生命周期普遍缩短, 尤其是电子制造类行业, 由以往的两到三年缩短至一年左右。这种周期的缩短, 使得制造商在产品质量提升速度方面面临更大挑战。例如, 2014 年“锤子手机”因为良品率提升过慢的问题, 无法在预计时间发出货品, 出现了大量退单订单, 造成了损失。2016

收稿日期: 2017-03-14

基金项目: 国家自然科学基金会“杰出青年科学基金项目 - 质量控制与管理”(71325003); 国家自然科学基金重点项目“基于物联网的产品状态智能监控与质量管理”(71531010)

作者简介: 满 艺(1990-), 江苏无锡人, 博士研究生, 研究方向为质量管理与供应链管理。Email: iamdiyer@sjtu.edu.cn。蒋 炜, 陕西西安人, 教授, 博士生导师, 研究方向为质量管理与供应链管理。卢利伟, 河南郑州人, 硕士, 研究方向为质量管理。

年三星“Note7”手机因为量产时没有解决电池质量问题,而发生了多起安全事故。

产品质量提升过程实际上是一个学习过程。对于新产品而言,生产初期对产品的生产信息掌握程度较低,易出现质量问题,造成浪费、返工及废品,使得生产成本较高。在产品的大量生产过程中,生产者能够通过学习掌握生产知识,提升其良品率,降低生产成本,这种通过学习提升产品质量的过程称为“质量学习”。企业通过掌握质量学习的规律,合理安排生产与各要素投入,从而达到快速提升质量的目的。

## 2 质量学习曲线研究综述

### 2.1 学习曲线及质量学习曲线

质量学习是指在进行产品质量提升的过程中,企业通过经验积累、方法改进、人员培训、工具升级等手段,从而达到提升质量、降低成本的过程。一般而言,学习模型中效率的提升是一条曲线,因此更多被称为“学习曲线”。Jaber 等<sup>[1]</sup>通过研究说明质量提升的过程符合传统的学习效用的规律,随后在学习曲线的基础上提出了质量学习曲线<sup>[2]</sup>。

学习曲线的发现来源于二战时期,Wright<sup>[3]</sup>在研究飞机生产成本的影响因素时,通过观察总结,发现飞机的生产数量每增加一倍,生产效率就提升 20%,并建立了经典的“莱特学习曲线”(Wright Learning Curve)。此时学习曲线的研究主要集中于生产效率的提升,而质量因素则作为影响效率的一个因素。随后,人们在进行生产与研究的过程中发现,质量的提升也符合某种学习的规律,文献[4-7]中都在其研究中提出类似理念,但未单独对质量提升中的概念性学习进行分析。

近年来,Jaber 等<sup>[2]</sup>使用学习曲线进行对于带有缺陷及重工问题的质量问题进行量化研究,并提出了“质量学习曲线的概念”。Jaber 等<sup>[2]</sup>所建立的质量学习曲线(Quality Learning Curve),其形式是在莱特学习曲线的基础上推导而来,采用的变量依旧为产品制造数量。Iyer 等<sup>[8]</sup>通过对印度汽车产业实证研究,构建了一条生产力提升的路径框架,认为生产力的提升是通过实践性学习与概念性学习两条路径共同完成的,数量累积仅仅是一个因素,但其研究并未对其他因素的影响进行量化。杜荣等<sup>[9]</sup>曾通过最优控制论对企业的操作性学习以及概念性学习的选择进行建模分析,该研究聚焦于选择两种学习的策略,使得企业利润最优。此后,学习效应又被使用在最优订货量决策<sup>[10]</sup>以及被拓展到供应链整合的

情形下<sup>[11]</sup>。

### 2.2 现有主要模型及其局限

现有质量学习曲线主要沿用了 Wright<sup>[3]</sup>学习曲线的形式,其形式为  $C_x = C_1 x^b$ 。其中, $C_x$  为生产到第  $x$  件产品时的平均生产成本, $C_1$  为生产第一件产品所需成本, $x$  为累积生产产品数, $b$  是学习系数,且  $-1 < b < 0$ 。Wright<sup>[3]</sup>在其飞机生产制造过程中发现,人工成本与材料成本的下降都符合了这一形式的学习曲线。一是人工成本,人工成本与生产时间成正比,生产每件产品所需要的时间越少,人工成本则越低;二是材料成本,当生产数量上升的时候,工人对于材料的切割熟练度上升,会使废料比例下降,减少材料成本。Wright<sup>[3]</sup>采用了学习系数  $b$  来描述厂商学习能力的强弱,实质上是影响学习能力强弱的因素都概括到了这一系数中。Jaber 等<sup>[2]</sup>则考虑到产品可能存在重工的现象,并且认为重工的过程也符合学习效用,并且建立模型为

$$y(x) + s(x, n) + r(x, n) = y_1 x^{-b} +$$

$$ay_1 [(n-1)/n]^{1-b} x^{-b} + 2r_1 (\rho/2n)^{1-\epsilon} x^{1-2\epsilon}$$

该模型中, $y(x)$  为第  $x$  个产品的生产成本,其生产时间的下降形式与 Wright<sup>[3]</sup> 相同,为  $y(x) = y_1 x^{-b}$ 。后半部分中, $s(x, n)$  为由于生产环节中断而造成的成本损失, $r(x, n)$  为产品重工成本。Wright<sup>[3]</sup> 与 Jaber 等<sup>[2]</sup> 的数学模型都仅聚焦于生产数量的累积,在此基础上,本文将考虑概念性学习的因素,建立一种考虑概念性学习因素的质量学习模型。

## 3 复合质量学习模型

### 3.1 模型作用机制

图 1 所示为建立在 Iyer 等<sup>[8]</sup> 提出的生产力提升的框架上,显示了在质量提升的过程中,学习效应起作用的两条路径。第一条路径为数量累积提高质量的路径,这是目前研究较多的一条路径。在制造过程中,随着产品制造数量的积累,制造者会变得更加熟练,从而减少错误与浪费,提升了产品的质量。在这一学习路径下,制造者在制造过程中,学习到的知识是在“如何去学”这一层面。目前,大多数的学习曲线的量化研究都集中在该路径。第二条路径为概念性学习提高质量的路径。通过该条路径的学习,生产者会通过生产中知识的学习,提升质量。知识的载体不仅仅包括生产工人,也可以是生产流程或生产工具,概念性学习的引入使得质量提升的机理更加清晰。

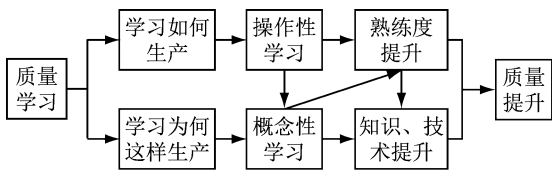


图 1 质量学习的两条作用路径

### 3.2 数学模型构建

在上述框架的基础上,建立了厂商平均生产成本数学模型,形式如下:

$$y = y_i + y_0 x \sum_{i=1}^n a_i r_i \quad (1)$$

那么厂商的生产总成本的形式为

$$Y = xy_f + y_0 x_1 + \sum_{i=1}^n a_i r_i \quad (2)$$

式中: $y$  为生产到第  $x$  件产品时,前  $x$  件产品的平均成本; $Y$  为生产到第  $x$  件产品时,前  $x$  件产品的总成本; $x$  为累积生产量, $x$  为整数,且  $x > 1$ ;  $y_0$  为初始质量成本,在未开始进行生产学习时,由生产质量问题造成的成本; $y_i$  为不可压缩成本,当产品完全无生产质量问题时的单件生产成本; $r_i$  为概念学习路径中的第  $i$  个知识水平因子,  $r_i > 0$ ;  $a_i$  为概念学习路径中的第  $i$  个知识水平因子系数,  $a_i < 0$ ;  $\sum_{i=1}^n a_i r_i$

为概念性学习参数,  $-1 < \sum_{i=1}^n a_i r_i < 0$ 。

上述模型中,厂商的平均生产成本由两部分组成,前一项  $y_f$  为产品的不可压缩成本,表示在生产过程中完全不发生质量问题时,厂商所需要承担的最小平均生产成本,例如生产所需必要的原材料成本等。Towill<sup>[12]</sup> 在其学习模型中使用过该项来保证当生产数量趋向于无穷大时,单件生产成本不会趋向于 0。后一项  $y_0 x \sum_{i=1}^n a_i r_i$  为质量成本,其中  $y_0$  为初始质量成本,  $y_0 x \sum_{i=1}^n a_i r_i$  为厂商生产到第  $x$  件时,  $y_0 > y_0 x \sum_{i=1}^n a_i r_i$ , 当厂商刚开始对某一产品进行生产时,由于对产品知识的了解较少及生产经验的缺乏,产品质量成本较高为  $y_0$ 。随着数量的累积,即  $x$  的变化,及知识的掌握,即  $\sum_{i=1}^n a_i r_i$  的变化,  $y_0$  减少至  $y_0 x \sum_{i=1}^n a_i r_i$ , 实现了质量的提升及平均质量成本的下降。

进一步观察平均成本函数后一项,该模型中质量成本部分  $y_0 x \sum_{i=1}^n a_i r_i$  为一复合函数。  $y_0$  为给定值,

该值由厂商与产品的特性所决定。当厂商对即将生产的产品有生产经验或产品本身的生产技术难度不高时,  $y_0$  值较小;但当厂商对即将生产的产品没有生产经验或产品本身的生产工艺复杂时,则  $y_0$  值将偏大。生产数量  $x$  位于底数的位置,概念性学习参

数  $\sum_{i=1}^n a_i r_i$  位于指数的位置,两者互相影响。其中,

概念性学习参数  $\sum_{i=1}^n a_i r_i$  中包含了影响概念性学习的  $n$  个影响参数,代表了某一产品影响其质量的  $n$  个维度的知识。对于每一个维度的知识  $a_i r_i$ ,其中  $a_i$  为学习参数,该学习参数代表了将知识应用至实际生产中的能力,  $r_i$  为知识水平。当厂商具有较高的知识水平,且有较强能力将知识应用至实际生产中时,  $a_i r_i$  乘积较大。此外,模型中的概念性学习参数定义域为  $\sum_{i=1}^n a_i r_i \in (-1, 0)$ ,是因为在对总生产成本  $Y$  进行计算时,总生产成本

$$Y = xy_f + y_0 x_1 + \sum_{i=1}^n a_i r_i$$

总是关于  $x$  递增,但当  $\sum_{i=1}^n a_i r_i < -1$  时,在某些情况下数量的增加反而使得总生产成本减少,这显然不符合实际生产的规律。在过去的学习曲线研究中也有类似现象,Wright<sup>[3]</sup> 与 Jaber 等<sup>[2]</sup> 在其研究中也对其学习系数  $b$  使用同样的限定范围。

该复合质量学习模型对图 1 中质量学习框架进行了量化。通过该模型可知,一方面,当知识水平在同一水平的两家厂商,生产数量较多的厂商能够获得较好的学习效果。另一方面,在同样生产数量的情况下,概念及知识的增加,使学习效果更加明显。

### 3.3 实证案例

此处,使用 Z 公司的生产数据对该模型进行验证。Z 公司为国内生产规模与技术水平领先的代工企业,为多家国际大型企业进行产品零部件的代工,使用该公司 A 产品在 40 周内的生产数据对模型进行数据的拟合。A 产品在 40 周内,生产了 89 万件产品,产品良品率由最初的 44% 达到在第 10 个月的 90%。同时,该公司通过投资改进生产设备,加强人员培训以及零售商的技术指导使得其技术指标 (Technology) 有所上升。

通过 Minitab17.0 软件进行拟合,通过设定  $y_i = 1$ ,并对该模型进行线性变换,对该模型进行线性拟合,模型调整后  $R^2$  为 93.47%,变量  $P$  值小于 0.05,残差分布均匀。下述为拟合后的模型,其中  $T$  为该公司内部的对知识水平进行衡量技术指标。根

据该公司 40 周生产数据拟合后模型为

$$y = 1 + 5.493x^{-0.15367T} \quad (3)$$

### 3.4 数学分析

**3.4.1 生产数量对生产成本的影响** 在学习曲线中其他参数固定时,分析生产数量的累积对平均成本的影响。通过对平均生产成本求  $x$  偏导,则有

$$\frac{\partial y}{\partial x} = y_0 \sum_{i=1}^n a_i r_i x^{-1} \sum_{i=1}^n a_i r_i - 1 < 0$$

且两端异号。由于  $(\sum_{i=1}^n a_i r_i - 1) < -1$ , 故  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} < 0$ , 可知  $\frac{\partial y}{\partial x}$  递减, 但递减会变缓,  $y$  为关于  $x$  的凸函数。从上述分析可知, 在其他因素不发生改变, 仅生产数量增加时, 生产成本将会有所下降, 但随着生产数量的增加, 该生产成本的下降速度将逐渐放缓, 直至趋向于 0, 该现象符合微观经济学边际效用递减原理。

对总生产成本求  $x$  的偏导, 整理后可得

$$\frac{\partial Y}{\partial x} = y_f + y_0 (1 + \sum_{i=1}^n a_i r_i) x^{-1} \sum_{i=1}^n a_i r_i > 0$$

该函数为  $x$  的单调递减函数, 当  $x \rightarrow 1$ ,

$$\frac{\partial Y}{\partial x} \rightarrow y_f + y_0 (1 + \sum_{i=1}^n a_i r_i) > 0$$

当  $x \rightarrow \infty$ ,  $\frac{\partial Y}{\partial x} \rightarrow y_f$ 。从上述分析可知, 总生产成本会随着生产数量的增长而提升, 但提升速度将逐渐递减, 但将逐渐趋向于  $y_f$ 。结合平均生产成本的情况, 当平均生产成本逐渐下降时, 使得总成本递增速度降低, 但不会低于其不可压缩成本  $y_f$ 。

### 3.4.2 第 $i$ 个知识水平因子对生产成本的影响

假设该模型中其他因素不变, 仅观察第  $i$  个知识水平因子变动时对平均成本的影响, 则有  $\frac{\partial y}{\partial r_i} = y_0 a_i x + a_i r_i \ln x < 0$ , 该式中  $y_0 > 0, a_i < 0, x > 1$ 。当  $r_i \rightarrow \infty, \frac{\partial y}{\partial r_i} \rightarrow 0$ 。从上述分析可知, 在其他因素不变的情况下, 随着第  $i$  个知识水平因子  $r_i$  水平提高, 平均成本有所下降, 但随着  $r_i$  不断提高, 平均成本下降速度有所减缓。

观察第  $i$  个知识水平因子变动时对平均成本的影响, 对  $r_i$  求导可得  $\frac{\partial Y}{\partial r_i} = y_0 a_i x_1 + a_i r_i \ln x < 0$ , 该函数为关于  $r_i$  的递增函数, 当  $r_i \rightarrow 0, \frac{\partial Y}{\partial r_i} \rightarrow y_0 a_i x \ln x$ , 当  $r_i \rightarrow \infty, \frac{\partial Y}{\partial r_i} \rightarrow 0$ 。从上述分析可知, 在生产同样多数量时, 知识水平的提升能够使得总生产成本下降。但有一点值得注意, 在实际生产中, 学习仅仅发生于产品不断制造, 即数量增长的情况下。如前所述, 相对于较低的知识水平, 知识水平的提升可以使得在生产数量相同的情况下, 总生产成本下降。

## 4 数值算例

使用数值算例进行模拟, 对某一产品初始条件进行如下假设  $y_f = 1, y_0 = 10, a = -1$ , 考虑一个知识水平因子, 平均成本模型的形式为

$$y(x, r) = y_f + y_0 x^{-ar}$$

总成本模型的形式为

$$Y(x, r) = xy_f + y_0 x^{1+ar}$$

考察不同知识水平对平均成本以及总成本的影响。假设有 3 个厂商, 其知识水平分别选取为: A 厂商,  $r = 0.2$ ; B 厂商,  $r = 0.5$ ; C 厂商,  $r = 0.8$ 。图 2 显示了不同知识水平下生产数量与平均成本及总成本关系。

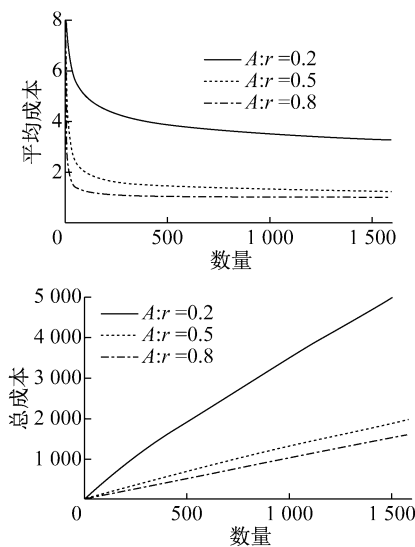


图 2 知识水平、生产数量与成本关系

观察平均生产成本变化, 对于有较高学习水平的厂商, 生产数量的累积使得平均生产成本更快地下降。对于不同知识水平的厂商, 平均成本的下降速度在生产初期区别较为明显, 但随着产量的增加斜率逐渐趋向于平滑, 下降速度趋于一致, 但知识水平较高的厂商仍然具有一定的成本优势。根据数学分析, 如果某一产品生产数量极大, 知识水平领先的厂商的成本优势将消失, 平均成本将趋向于  $y_f = 1$ 。

观察总成本变化, 对于有较高学习水平的厂商, 随着生产数量的累积, 其总成本上升速度较慢。与平均成本不同的是, 随着数量的上升, 总成本的差距将越来越明显。这是由于对于知识水平较高的厂商, 每一件产品的平均成本都有优势, 从而使得其总成本优势不断扩大。根据数学分析, 如果某一产品生产数量极大, 3 个厂商总成本的增长曲线将平行, 但是知识水平较高的厂商将一致保持总成本的优势。

此外,在图 2 中可发现,厂商 A,厂商 B 与厂商 C 之间的知识水平差值均为 0.3,但厂商 A 与厂商 B 的平均成本以及总成本的差距远远大于厂商 B 与厂商 C 之间的差距,该现象也印证了数学分析中边际效用递减的规律。

## 5 结 论

本文通过数学建模的方法对包含操作性学习及概念性学习的复合质量学习模式进行了量化。首次将概念性学习的因子纳入质量学习曲线,考虑了由于厂商人员知识水平提升、生产流程优化、生产设备调整等概念性学习因素,完善了质量学习的作用机制。通过相关企业数据的回归拟合,进一步说明该模型的有效性。通过数学分析可知,生产数量的上升与知识水平的提升都可使得平均成本有所下降,但存在边际效用;对于总生产成本而言,生产数量的增加总是会使得总生产成本上升,但由于质量学习效用的存在,总成本上升速度将逐渐放缓,当生产数量相同时,较高的知识水平能够使厂商获得较低的总生产成本。通过数值算例印证了数学分析中的结论,并发现知识水平较高的厂商总成本优势将不断保持。

目前,本模型中只考虑了生产中产生的成本,并未考虑进行概念性学习所产生的投资费用,对于概念性学习进行的投资费用与成本下降带来收益的权衡,是未来值得研究的问题。

### 参考文献:

- [1] Jaber M Y, Guiffrida A L. Learning curves for processes generating defects requiring reworks[J]. *European Journal of Operational Research*, 2004, 159(3): 663-672.
- [2] Jaber M Y, Guiffrida A L A L. Learning curves for imperfect production processes with reworks and process restoration interruptions[J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 189(1): 93-104.
- [3] Wright T P. Learning curve[J]. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1936, 3(1): 122-128.
- [4] Levy F K. Adaptation in the production process[J]. *Management Science*, 1965, 11(6): 136-154.
- [5] Pegels C C. On startup or learning curves: An expanded view[J]. *IIE Transactions*, 1969, 1(3): 216-222.
- [6] Dutton J M, Thomas A. Treating progress functions as a managerial opportunity[J]. *Academy of Management Review*, 1984, 9(2): 235-247.
- [7] Fine C H. Quality improvement and learning in productive systems[J]. *Management Science*, 1986, 32(10): 1301-1315.
- [8] Iyer A, Saranga H, Seshadri S. Effect of quality management systems and total quality management on productivity before and after: empirical evidence from the Indian auto component industry[J]. *Production and Operations Management*, 2013, 22(2): 283-301.
- [9] 杜荣,胡奇英,万威武. 生产性企业的概念性学习和操作性学习研究[J]. *中国管理科学*, 2003, 11(5): 80-84.
- [10] Khan M, Jaber M Y, Bonney M. An economic order quantity (EOQ) for items with imperfect quality and inspection errors[J]. *International Journal of Production Economics*, 2011, 133(1): 113-118.
- [11] Khan M, Jaber M Y, Ahmad A. An integrated supply chain model with errors in quality inspection and learning in production[J]. *Omega*, 2014, 42(1): 16-24.
- [12] Towill D R. Forecasting learning curves[J]. *International Journal of Forecasting*, 1990, 6(1): 25-38.