

文章编号:1005-9679(2018)01-0091-05

# 可压缩网络流的输送策略研究

刘 炜, 吴瑞明

(上海交通大学 安泰经济与管理学院, 上海 200030)

**摘要:** 可压缩流是一种特殊的流。在这种流输送的过程中, 流入某一地点时的流量与流出该地点时的流量通常不相同, 因此其输送策略将明显有别于传统流。本文通过对可压缩流网络输送特点和性质的研究, 提出了适合于这种流输送问题的算法, 具有鲜明的理论价值与实际应用价值, 对于这类问题的解决有相当的推进作用。

**关键词:** 可压缩流; 输送; 网络; 算法

**中图分类号:** U 1      **文献标志码:** A

## Research on the Transmission Strategy of Compressible Network Flow

LIU Wei WU Ruiming

(Antai College of Economics & Management, Shanghai Jiao Tong University,  
Shanghai 200030, China)

**Abstract:** The compressible flow is a special kind of flow in the transporting process of which the rate of flow out of a place is usually different from that into the certain place. As a result, the transporting strategy of compressible flow is unique. This article comes up with an algorithm fit for this problem by studying the characteristics of compressible flow network, which has valid theoretic and application value to promote the process of solving such kind of problem.

**Key words:** compressible flow; transportation; network; algorithm

### 1 引言

流是一个被广泛使用的概念, 在数学、工程学、力学、计算机科学等领域均有涉及。在网络输送问题中, 无论实际上输送的是何种物质, 都可以被视为是流的输送。例如, 水管输送的是水, 电路输送的是电, 以天然气为代表的气体也可以通过管道运送, 而在做数理研究时, 这些都可以被抽象为流, 而忽略其本身物理性质的不同。

在传统的流模型中, 当一个流或多个流流入一个节点时, 节点不会对流的总量有任何影响, 即不论流入节点的流量为多少, 流出节点时的流量均与流

入节点时的流量相同, 除非流进入该节点后不再流出。而在现实生活中, 许多流并不会满足这样的性质。例如, 河道中的水流流经水坝时, 由于水坝能够拦截水流以及调节流量, 因此水流流出水坝时, 其流量将很有可能与流入水坝时不同; 同样, 天然气流进入输气站时, 由于输气站及周边用户通常有用气需求, 流出输气站的天然气量也会与流入输气站时不同。因此, 传统的流模型在研究这种性质的流输送问题时变得不再适用, 我们需要一个新的模型及算法来解决拥有这种性质的流的运输问题, 而拥有这种性质的流通常就被称为可压缩流。

在之前的研究中, 蒋洋(2014)研究了交通运输

收稿日期: 2017-10-23

作者简介: 刘炜(1991—), 男, 上海交通大学安泰经济与管理学院, 研究方向为运筹学。E-mail: 1991liuwill@sina.com; 吴瑞明, 男, 上海交通大学安泰经济与管理学院, 管理科学系副教授。E-mail: dwurm@sjtu.edu.cn.

中的网络流问题,建立了若干个交通运输网络流模型,涵盖了不同情况下的交通状况分析,取得了一定的成果。孙华灿等(2008)从货运生产实践出发,研究了运输过程中的路径优化与成本节约问题,并提出了一个适用于特定条件的数学模型。而林振智 & 文福拴(2009)通过研究电力系统输电过程的运行特点,提出了若干适合输电系统的运行策略,并将其运用于实践,促进了一些地区输电网络的更新与发展。

同时,研究者们也在尝试运用启发式算法来解决网络运输的相关问题。郎茂祥 & 胡思继(2002)将爬山算法与遗传算法相结合,构造了解决物流路径优化问题的混合遗传算法,在一定程度上启发了现实生活中的物流管理。沐士光(2010)基于电信网络的运行情况,运用改进的遗传算法,在充分节省优化费用的基础上降低了网络拓扑路径的总长度,并在网络的时效性与应用的智能性方面取得了一定的成果。

在管道运输问题方面,Dandy G C 等(1996)通过研究水管网络的运行,找到了适合的效用函数,有效提升了纽约水管网的运行效率,引起了一定的社会反响。

但是,关于可压缩流的网络输送尚无系统的研究成果,因此本文尝试通过研究可压缩流的相关性质,提出系统解决这一问题的模型及算法,具有一定的理论与实用价值。

## 2 问题描述

以天然气网络输送为例。天然气的输送通常有若干条线路,每条线路上有若干个输气站,每个输气站有一定的天然气需求,用于维护输气站自身的正常运转以及售卖天然气给输气站周边的用户以获取一定利益。在输气时,起点输气站将一定量的天然气流装进管道,经过管道的输送到达相邻的下游输气站。下游输气站根据需求取用后将剩余天然气装进管道继续输送至下一个输气站。气流最终经过每一个输气站并由于各站点的取用持续减少,最终到达终点输气站,一次天然气输运就此结束。

在实际情况下,不同线路上的某些站点也有若干条支线相连接,因此形成了天然气输送网络。在网络中,每一段线路都对应两个参数,即单位成本与输气容量。单位成本指在该段线路上每输送一个单位天然气所需要付出的成本,输气容量指该段线路所能通过的最大天然气量。这两个参数决定了一定数量的天然气通过一段线路所需要付出的成本,而

一次天然气输运所需要的总成本即为每段线路的输送成本之和。

显然,一次天然气输送的最优情况满足以下两个条件,即:

- (1) 每个站点及周边用户的需求得到满足;
- (2) 本次输送的总成本降到最低。

如果每一次天然气输送都能满足上述条件,那么从长期的角度来看,运营者可以节省的费用将十分可观,同时输气线路的效率也将显著提升。

将以上问题抽象化可以得到如图 1 所示的模型:

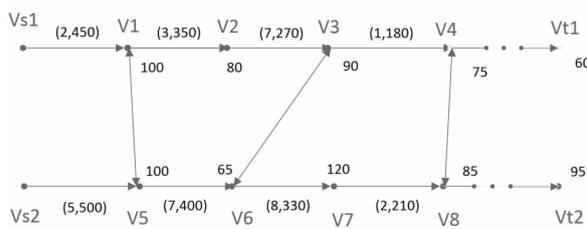


图 1 天然气网络输送问题抽象模型

在模型中,  $Vs1-Vt1$  与  $Vs2-Vt2$  分别为两条输送线路,  $Vs1, Vs2$  分别为两条线路的起点,  $Vt1, Vt2$  分别为两条线路的终点。  $V1, V2, V3, V4$  是  $Vs1-Vt1$  线路上的中间节点(线路上仍有其他节点,仅列举一部分,下同),  $V5, V6, V7, V8$  是  $Vs2-Vt2$  线路上的中间节点,不同线路上的若干节点间可以连通,箭头揭示了流运动的方向。每段线路上的参数为该段线路所对应的单位成本(括号中左边数值)以及输送容量(括号中右边数值),每个节点上的参数为该节点的需求量。问题的目标就是以最小的费用输送满足所有节点需求量的可压缩流。

## 3 模型求解与策略分析

### 3.1 模型转化

运筹学已经解决了传统流的最小费用最大流问题,其具体模型如图 2 所示:

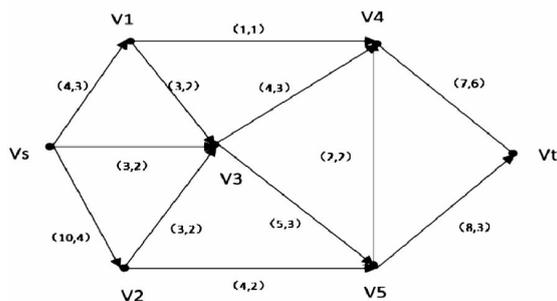


图 2 传统流的最小费用最大流模型

在传统流的最小费用最大流模型中,  $Vs$  为线路的起点,  $Vt$  为线路的终点。  $V1, V2, V3, V4, V5$  是

$V_s$ - $V_t$  线路上的中间节点,箭头揭示了流运动的方向。每段线路上的参数为该段线路所对应的单位成本(括号中左边数值)以及输送容量(括号中右边数值)。

显然,传统流的最小费用最大流模型与可压缩流的最小费用最大流模型有诸多不同,主要表现在:

(1) 传统模型只有一个起点和一个终点,而可压缩流模型有多个起点和多个终点;

(2) 传统模型的中间节点及终点均没有需求量,而可压缩流模型的中间节点及终点均有需求量。

以数学符号来表示,假设流量为  $F$ ,对任一点  $V_i$ ,其输出流量为  $SC_{i\alpha}$ ,输入流量为  $SR_{i\alpha}$ ,则

在传统网络流模型中,

$$SC_{i\alpha} - SR_{i\alpha} = \begin{cases} F, i = s \\ 0, i \neq s, t; \\ -F, i = t \end{cases}$$

在改进的网络流模型中,

$$SC_{i\alpha} - SR_{i\alpha} = \begin{cases} 0 \text{ 至 } F \text{ 中的一个数}, i = s_1, s_2 \dots \\ -\text{需求量}, i \neq s, t \\ -F \text{ 至 } 0 \text{ 中的一个数}, i = t_1, t_2 \dots \end{cases}$$

因此,可压缩流的最小费用最大流模型并不能用传统流的最小费用最大流模型的解法直接求解。然而,由于可压缩流模型与传统模型仍有许多相似之处,如果能将可压缩流的最小费用最大流模型转化为传统流的最小费用最大流模型,则可以使用已有的解法求解。具体的转化过程如下:

(1) 新增一虚拟点  $V_s$ ,并将该点用虚拟线路连接至所有的起点。同时,新增一虚拟点  $V_t$ ,将所有的终点用虚拟线路连接至该点。在成本方面,所有新增虚拟线路的单位成本均视为 0。在容量方面, $V_s$  至各起点的容量视为无穷大,各终点到  $V_t$  的容量视为各终点的需求量。

(2) 将所有的中间节点用虚拟线路连接至  $V_t$ 。在成本方面,所有新增虚拟线路的单位成本均视为 0。在容量方面,各中间节点到  $V_t$  的容量视为各中间节点的需求量。

这样做的原因如下:

首先,可压缩流模型有多个起点和多个终点,经过以上处理后可以回归到一个起点和一个终点。在容量方面, $V_s$  至各起点的容量视为无穷大,是因为不论最后从各起点输入多少流量,都必须得到满足,而  $V_s$  至各起点的线路实际上是不存在的,因此不可能限制容量。同样,各终点到  $V_t$  的容量也可以视为无穷大,但在实际情况中,由于流量流至终点时一般来说只剩下满足终点周边需求的量(终点不再

传输流),各终点到  $V_t$  的容量通常不会超过各终点的需求量(若超过需求量则所求的流并不是最小费用流)。因此,也可将各终点到  $V_t$  的容量视为各终点的需求量。

其次,对于中间节点, $SC_{i\alpha} - SR_{i\alpha} = -\text{需求量}$ ,稍加变形即可得到  $SC_{i\alpha} - SR_{i\alpha} + \text{需求量} = 0$ ,而右边为 0 满足传统模型。因此,只需将左边变为输出流量减去输入流量即可。实际上,观察式子左边可以得到  $SC_{i\alpha} - SR_{i\alpha} + \text{需求量} = SC_{i\alpha} + \text{需求量} - SR_{i\alpha}$ 。也就是说,当输入流量为  $SR_{i\alpha}$  时,若输出流量为  $SC_{i\alpha} + \text{需求量}$ ,则将满足传统模型。 $SC_{i\alpha}$  为原有的输出流量,因此考虑增加一条输出虚拟线路至某一点,其输出流量即为需求量,单位成本为 0,这样就可以满足传统模型。此时我们可以观察到,所有终点连接至虚拟点  $V_t$  的线路的容量即为各终点的需求量,而将要新增的中间点到某一点的输出流量也为需求量,因此不妨将中间点接出的虚拟线路也连接到虚拟终点  $V_t$ ,这样可以避免点的数量再增加。

在经过以上处理后,模型中所有节点的性质都与传统流的最小费用最大流模型无异,即可压缩流的最小费用最大流模型转化为了传统模型。

### 3.2 模型求解与策略分析

传统流的最小费用最大流模型可用多种方法求解,其中,贪心算法是效率较高的一种。贪心算法是一种求局部最优解的方法。在这一问题中,所有局部最优解的累积就成为全局最优解,因为这一问题属于特殊的最短路径问题,而最短路径问题的全局最优解即为所有局部最优解的累积。

贪心算法最重要的步骤是贪心策略的选择,只有选择正确而高效的贪心策略,才能够根据这一策略求局部最优解以及全局最优解。本问题的贪心策略是总选择起点到终点单位成本最低的路径,这是因为系统的总成本只与每一段路径的单位成本和流过这一段路径的流量有关,而一个流从起点流向终点时,无论流量大小,都需要流过路径上的每一段,因此贪心策略的主体就是每一段路径单位成本的总和,而其他因素不在考虑范围之内。

贪心算法的具体步骤如下:

(1) 找到一条从起点到达终点的距离最短的路径,距离使用该路径上的边的单位费用之和来衡量,最短距离记为  $m(V_s, V_t)$ ;

(2) 然后找出这条路径上的边的容量的最小值  $b$ ,则当前最大流增加  $b$ ,同时当前最小费用增加  $b \times m(V_s, V_t)$ ;

(3) 将这条路径上的每条正向边的容量都减少

b, 每条反向边的容量都增加 b;

(4) 重复以上步骤直到无法找到从源点到达汇点的路径。

由于在转化过程中, 所有的中间节点和终点都被连接到一个虚拟终点  $V_t$ , 所以算法开始时, 从起点到终点的路径有许多条。通过以上的步骤, 贪心算法每次找出一条路径, 也就为一个节点找到了最小费用流。当所有节点的最小费用流都被找到时, 根据贪心算法的性质, 将所有的结果累加即为全局最优解, 即整个系统的最小费用最大流。

## 4 案例分析

以某公司的天然气输送网络为例, 该公司拥有两条输送线路, 分别为线路 A 与线路 B。线路 A 有

18 个输气站, 从上游到下游分别编号为 A1, A2, ..., A18, 线路 B 有 24 个输气站, 从上游到下游分别编号为 B1, B2, ..., B24。同时, 两条线路中都有若干站点与另一条线路的站点相连, 天然气可在这些站点间双向流动, 具体如下:

支线 1: B1-A8

支线 2: B20-A14

支线 3: B22-A16

天然气输送网络的参数包含单位成本表(表 1)、容量表(表 2)以及需求量表(表 3)(A18 与 B24 为终点, 不考虑输气单位成本; A1 与 B1 为起点, 不考虑需求量)。

根据以上数据, 运用算法, 可以得出从起点到每一点的满足需求的最小费用路径, 如表 4 所示。

表 1 某公司天然气输送网络线路单位成本(以每段线路起点为标志, 单位: 元/立方米)

A1	6.579	A11	6.94	B1	4.898	B11	5.632	B19	8.739
A2	4.327	A12	1.236	B2	6.349	B12	8.15	B20	3.195
A3	3.56	A13	4.35	B3	2.78	B13	2.374	B21	2.457
A4	7.538	A14	3.939	B4	3.694	B14	6.33	B22	3.255
A5	5.698	A15	4.763	B5	3.88	B15	4.286	B23	2.493
A6	2.096	A16	5.219	B6	6.974	B16	5.812	支线 1	4.875
A7	1.843	A17	7.854	B7	8.765	B17	8.983	支线 2	2.983
A8	4.73			B8	2.537	B18	1.893	支线 3	6.348
A9	2.658			B9	5.684				
A10	8.743			B10	7.657				

表 2 某公司天然气输送网络线路容量(以每段线路起点为标志, 单位: 万立方米)

A1	400	A11	180	B1	600	B11	390	B19	110
A2	380	A12	140	B2	560	B12	330	B20	90
A3	360	A13	120	B3	550	B13	300	B21	70
A4	350	A14	100	B4	510	B14	280	B22	50
A5	310	A15	70	B5	500	B15	240	B23	40
A6	290	A16	30	B6	480	B16	200	支线 1	300
A7	270	A17	20	B7	470	B17	180	支线 2	150
A8	240			B8	450	B18	140	支线 3	100
A9	210			B9	410				
A10	200			B10	400				

表 3 某公司天然气输送网络站点需求量(单位: 万立方米)

A2	20	A12	40	B2	40	B12	60	B20	20
A3	20	A13	20	B3	10	B13	30	B21	20
A4	10	A14	20	B4	40	B14	20	B22	20
A5	40	A15	30	B5	10	B15	40	B23	10
A6	20	A16	40	B6	20	B16	40	B24	40
A7	20	A17	10	B7	10	B17	20		
A8	30	A18	20	B8	20	B18	40		
A9	30			B9	40	B19	30		
A10	10			B10	10				
A11	20			B11	10				

表 4 某公司天然气输送网络输送路径(以邻接方式表示)

站点	上一站								
A2	A1	A11	A10	B2	B1	B11	B10	B20	A14
A3	A2	A12	A11	B3	B2	B12	B11	B21	B20
A4	A3	A13	A12	B4	B3	B13	B12	B22	B21
A5	A4	A14	A13	B5	B4	B14	B13	B23	B22
A6	A5	A15	A14	B6	B5	B15	B14	B24	B23
A7	A6	A16	A15	B7	B6	B16	B15		
A8	B1	A17	A16	B8	B7	B17	B16		
A9	A8	A18	A17	B9	B8	B18	B17		
A10	A9			B10	B9	B19	B18		

表 4 中,某一点的上一站表示从起点到该点的最小费用路径中该点的上一站,而起点到上一站的最小费用路径与上一站到该站的直接路径结合即为起点到该站的最小费用路径。因此,结合起点到每一站点的费用流即可得到整个系统运行的最小费用最大流。

## 5 结论与展望

可压缩流是流的一种特殊形式。但是,在现实生活中,可压缩流却有十分广泛的应用。无论是河流、石油、天然气或其他物质,在以流的形式运动时都会具有一些可压缩流的性质与特征,因而可压缩流网络输送的模型与算法无疑具有极强的现实意义。本文通过对特定模型性质的研究,揭示了可压缩流网络输送的一般规律,并提出了较为高效的算法来解决这一问题,较好地达到了预期的目标。在某公司的案例中,运用该算法所得的成本比该公司目前运营的实际成本减少了 15% 左右,获得了明显的效果,而这一算法对现实生活中其他可压缩流的输送问题将提供较为可行的解决方案。

当然,这一模型也有许多改进的空间。例如,当线路的容量不能满足所有节点的需求量时,其结果将会产生一定的变化。同样,如果各站点之间具有优先级的不同,这一情况也将改变模型的设置,使得解决方案更为复杂。因此,算法本身仍可以持续改进,以适应不同的需求,相信未来的研究将使模型本身与算法都越来越完善。

### 参考文献:

[1] 孙华灿,李旭宏,陈大伟,等. 综合运输网络中合理

路径优化模型[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2008, 38(5):873-877.

- [2] 林振智,文福拴. 基于加权复杂网络模型的恢复路径优化方法[J]. 电力系统自动化, 2009, 33(6):11-15.
- [3] 郎茂祥,胡思继. 用混合遗传算法求解物流配送路径优化问题的研究[J]. 中国管理科学, 2002, 10(5): 51-56.
- [4] 沐士光. 遗传算法在网络优化问题中的研究与应用[J]. 计算机仿真, 2010, 27(5):128-131.
- [5] 蒋洋. 多式联运服务网络优化建模方法研究[D]. 北京:北京交通大学, 2014.
- [6] 张鹏程. 基于改进遗传算法的冷链物流路径优化研究[D]. 淮南:安徽理工大学, 2016.
- [7] 许星. 物流配送路径优化问题的研究[D]. 杭州:浙江大学, 2006.
- [8] BAIR E S. Applied Ggroundwater modeling—simulation of flow and advective transport[J]. Groundwater, 2016(54).
- [9] DANDY G C, SIMPSON A R, MURPHY L J. An improved genetic algorithm for pipe network optimization[J]. Water Resources Research, 1996, 32(2): 449-458.
- [10] WANG N, HO K, PAVLOU G, et al. An overview of routing optimization for internet traffic engineering [J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2008, 10(1):36-56.
- [11] YAN B, WANG Y, KILLOUGH J E. Beyond dual-porosity modeling for the simulation of complex flow mechanisms in shale reservoirs [J]. Computational Geosciences, 2016, 20(1):69-91.